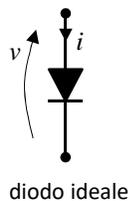


8. Circuiti non lineari

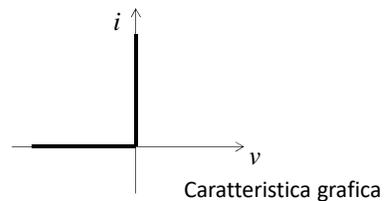
Diodo ideale. Diodo reale. Analisi di circuiti con diodi mediante il modello ideale. Modello del diodo con caduta di tensione. Metodo grafico. Analisi di un circuito limitatore di tensione mediante metodo grafico.

1

Diodo



$$\begin{aligned} v &= 0 \quad \text{se } i \geq 0 \\ i &= 0 \quad \text{se } v < 0 \end{aligned}$$

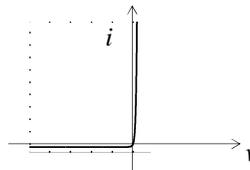


Un diodo ideale è un bipolo dinamico che si comporta come un corto circuito per correnti positive e come un circuito aperto per tensioni negative. La potenza assorbita è identicamente nulla.

Il diodo ideale schematizza con ottima approssimazione il diodo reale, un componente di larghissimo uso la cui relazione di definizione è

$$i = I_s \left(e^{\frac{v}{V_T}} - 1 \right)$$

I_s , corrente di saturazione
 V_T , tensione termica

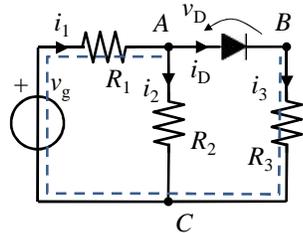


La potenza assorbita da un diodo reale ($p = vi$), seppure modesta, è sempre positiva. Il diodo reale è quindi un componente dissipativo.

2

Circuito con diodi

I metodi di analisi finora introdotti sono applicabili anche nel caso di circuiti con componenti non lineari. Si consideri a titolo di esempio il seguente circuito



$$\begin{aligned} R_1 &= 1 \text{ k}\Omega \\ R_2 &= 2 \text{ k}\Omega \\ R_3 &= 2 \text{ k}\Omega \\ v_g &= 10 \text{ V} \\ I_s &= 0.1 \text{ nA} \\ V_t &= 25 \text{ mV} \end{aligned}$$

$$i_D = I_s \left(e^{\frac{v_D}{V_t}} - 1 \right) \longleftrightarrow v_D = V_t \ln \left(\frac{i_D}{I_s} + 1 \right)$$

La relazione $v_D - i_D$ è invertibile. Il diodo reale è un bipolo definito sia in tensione che in corrente

Metodo delle correnti di maglia

$$\begin{aligned} \begin{cases} i_1 = i_2 + i_D \\ i_3 = i_D \end{cases} & \text{LKC} & \begin{cases} v_2 + v_1 = 0 \\ v_D + v_3 + v_1 = 0 \end{cases} & \text{LKT} \\ \begin{cases} v_1 = R_1 (i_2 + i_D) - v_g \\ v_2 = R_2 i_2 \\ v_3 = R_3 i_D \\ v_D = V_t \ln \left(\frac{i_D}{I_s} + 1 \right) \end{cases} & \text{componenti} & \begin{cases} (R_1 + R_2) i_2 + R_1 i_D = v_g \\ R_1 i_2 + (R_1 + R_3) i_D + V_t \ln \left(\frac{i_D}{I_s} + 1 \right) = v_g \end{cases} & \text{ sistema risolvibile} \end{aligned}$$

3

Metodo delle tensioni di nodo

$$\begin{aligned} \begin{cases} i_1 - i_2 - i_D = 0 \\ i_3 - i_D = 0 \end{cases} & \text{LKC} & \begin{cases} (G_1 + G_2) u_A + I_s \left(e^{\frac{u_A - u_B}{V_t}} - 1 \right) = G_1 v_g \\ G_3 u_B - I_s \left(e^{\frac{u_A - u_B}{V_t}} - 1 \right) = 0 \end{cases} & \text{ sistema risolvibile} \\ \begin{cases} i_1 = G_1 (v_g - u_A) \\ i_2 = G_2 u_A \\ i_3 = G_3 u_B \\ i_D = I_s \left(e^{\frac{u_A - u_B}{V_t}} - 1 \right) \end{cases} & \text{componenti} & & \end{aligned}$$

Per via della non linearità del diodo la soluzione non può essere ottenuta analiticamente. Risolvendo numericamente si ottiene

i_1	i_2	i_3	i_D	v_1	v_2	v_3	v_D
4.893	2.553	2.341	2.341	5.106	5.106	4.682	0.424

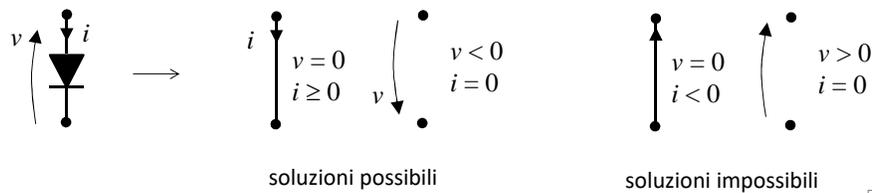
Le correnti sono espresse in mA, le tensioni in V

4

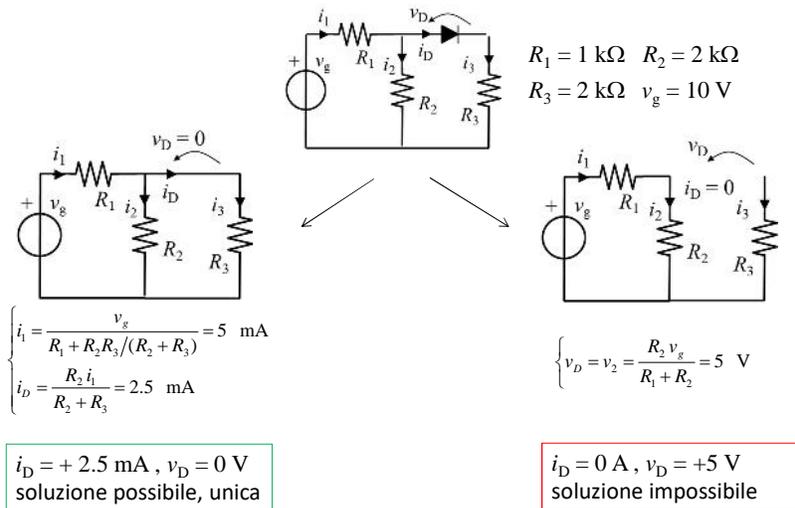
Una soluzione, approssimata, di un circuito contenete diodi può essere ottenuta adoperando il modello ideale al posto di quello reale. In questo caso ciascun diodo opera o come corto circuito (se la sua corrente è positiva) o come circuito aperto (se la sua tensione è negativa).

In generale (per circuiti complessi) non è possibile prevedere in quali condizioni opererà ciascun diodo. È quindi necessario analizzare tutte le possibilità cioè considerare ciascun diodo sia come un corto circuito che come un circuito aperto. Per un circuito con N diodi sarà quindi analizzare 2^N circuiti.

Data l'unicità della soluzione dei 2^N circuiti soltanto uno ammetterà una soluzione compatibile con la relazione di definizione di tutti i diodi. Per tutti gli altri circuiti le soluzioni prevederanno, almeno per un diodo, correnti negative e tensioni nulle oppure tensioni positive e correnti nulle e saranno pertanto inaccettabili



5



Si noti che se nel circuito in esame la tensione del generatore fosse stata negativa ($v_g = -10 \text{ V}$) la soluzione possibile sarebbe stata quella di destra. Si sarebbe infatti avuto



6

La soluzione che si ottiene analizzando il circuito attraverso il modello ideale dei diodi non è esatta ma approssimata. Ciò è dovuto principalmente al fatto che la tensione ai capi del diodo in conduzione non è nulla. Tale tensione dipende dalla corrente ed è inoltre influenzata dalla temperatura. Per diodi di tipo comune in condizioni nominali vale tipicamente 0.7 V. Se le tensioni coinvolte del circuito sono significativamente maggiori di tale valore allora l'errore commesso risulta accettabile.

Nella tabella sono riportati a titolo di esempio i valori di corrente e tensioni calcolati mediante i modelli ideale e reale

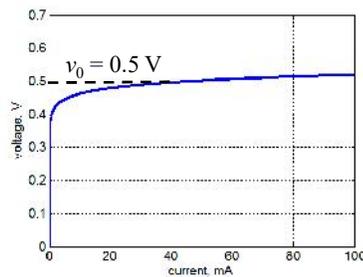
	i_1	i_2	i_3	i_D	v_1	v_2	v_3	v_D	$v_{3+}v_D$
Diodo reale	4.893	2.553	2.341	2.341	5.106	5.106	4.682	0.424	5.106
Diodo ideale	5.000	2.500	2.500	2.500	5.000	5.000	5.000	0	5.000
Errore %	2.19 %	-2.08 %	6.79 %	6.79 %	-2.11 %	-2.11 %	6.79 %	100 %	-2.11 %

Le correnti sono espresse in mA, le tensioni in V

Generalmente i modelli idealizzati consentono di analizzare in modo soddisfacente la funzionalità di un circuito.

7

Tuttavia, la tensione ai capi di un diodo in conduzione varia molto poco al variare della corrente. E' possibile quindi identificare un valore caratteristico v_0 (tipicamente nel range 0.4-0.7 V) e affinare il modello ponendo in serie al corto circuito un generatore di tensione di valore v_0 che riproduca la caduta di tensione e le perdite del diodo in conduzione.

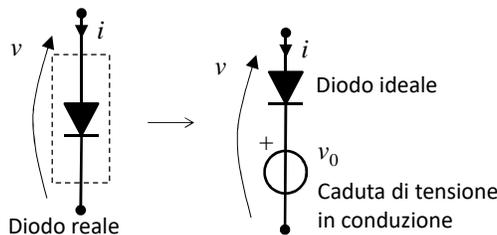
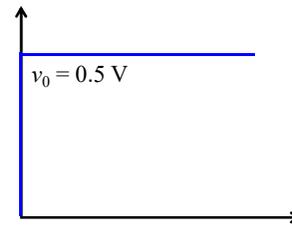


$$I_s = 0.1 \text{ nA}$$

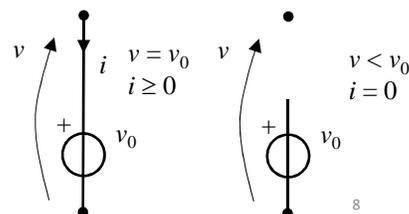
$$V_t = 25 \text{ mV}$$

$$i_D = I_s \left(e^{\frac{v_D}{V_t}} - 1 \right)$$

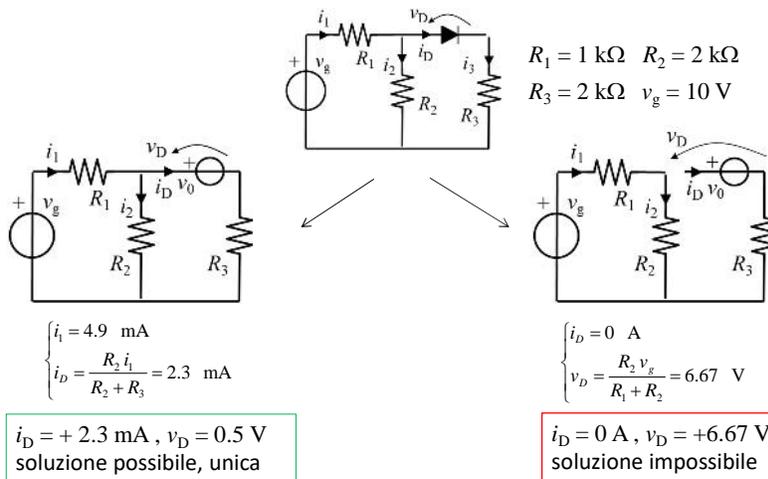
$$v_D = V_t \ln \left(\frac{i_D}{I_s} + 1 \right)$$



Possibili soluzioni



8



	i_1	i_2	i_D	v_1	v_2	v_D
Diodo reale	4.893	2.553	2.341	5.106	5.106	0.424
Diodo ideale + v_0	4.875	2.565	2.312	5.125	5.125	0.500
Errore %	0.37 %	-0.47 %	-1.24 %	-0.37 %	-0.37 %	17.92 %

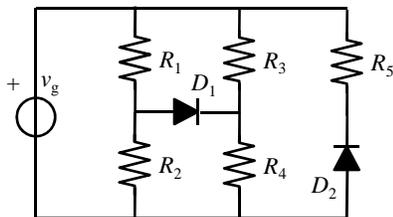
Le correnti sono espresse in mA, le tensioni in V

La soluzione è molto più accurata e fornisce una stima della dissipazione sul diodo

9

Esercizio 8.1

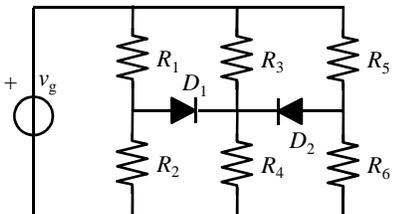
Risolvere il circuito di figura adoperando il modello ideale per i diodi



$R_1 = 2 \Omega$ $R_2 = 1 \Omega$
 $R_3 = 3 \Omega$ $R_4 = 0.5 \Omega$
 $R_5 = 3 \Omega$
 $v_g = 12 \text{ V}$

Esercizio 8.2

Risolvere il circuito di figura adoperando il modello ideale per i diodi

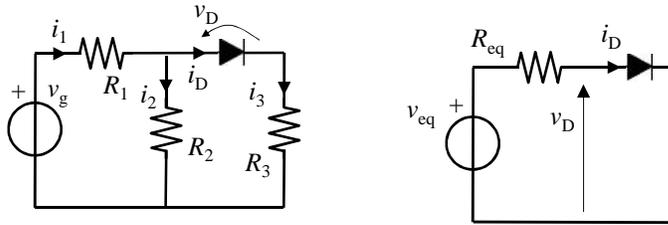


$R_1 = 2 \Omega$ $R_2 = 1 \Omega$
 $R_3 = 3 \Omega$ $R_4 = 0.5 \Omega$
 $R_5 = 3 \Omega$
 $v_g = 12 \text{ V}$

10

Metodo grafico

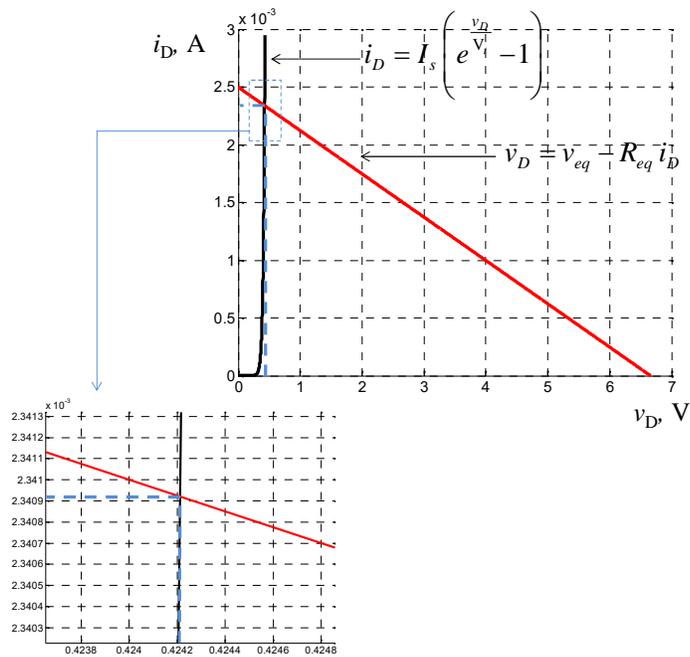
Il punto di funzionamento di un bipolo non lineare può essere ottenuto intersecando (per via grafica o analitica) la sua relazione di definizione con la rappresentazione di Thevenin o di Norton (retta di carico) del bipolo lineare complementare



$$v_{eq} = \frac{v_g}{R_1 + R_2} \quad R_{eq} = R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{cases} i_D = I_s \left(e^{\frac{v_D}{V_T}} - 1 \right) \\ v_D = v_{eq} - R_{eq} i_D \end{cases}$$

11

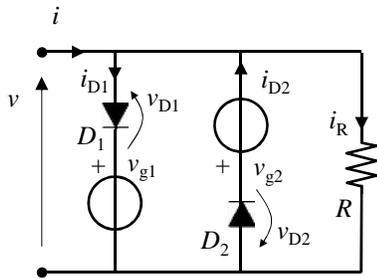


12



Bipoli non lineari composti

Si vuole determinare la caratteristica v - i del bipolo di figura



La presenza dei diodi impone i seguenti vincoli sulla tensione

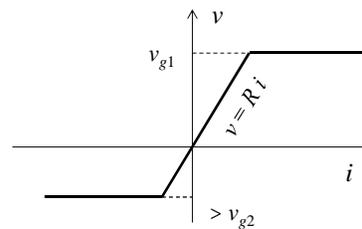
$$v > v_{g1} = v_{D1} \leq 0 \Rightarrow v \leq v_{g1} \quad \forall i$$

$$v > v_{g2} = v_{D2} \leq 0 \Rightarrow v \geq v_{g2} \quad \forall i$$

Risulta quindi $v_{g2} < v \leq v_{g1}$

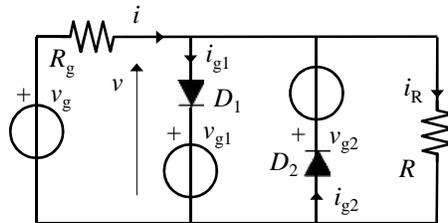
Risulta inoltre $i_R \leq v/R$
 Se $v_{g2} < v \leq v_{g1}$ entrambi i diodi sono interdetti

$$i = i_{D1} > i_{D2} + i_R = v/R$$



13

Esempio: un circuito limitatore di tensione



$$R_g = 1 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$v_{g1} = 10 \text{ V} \quad v_{g2} = 5 \text{ V}$$

$$v_g = V_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} t$$

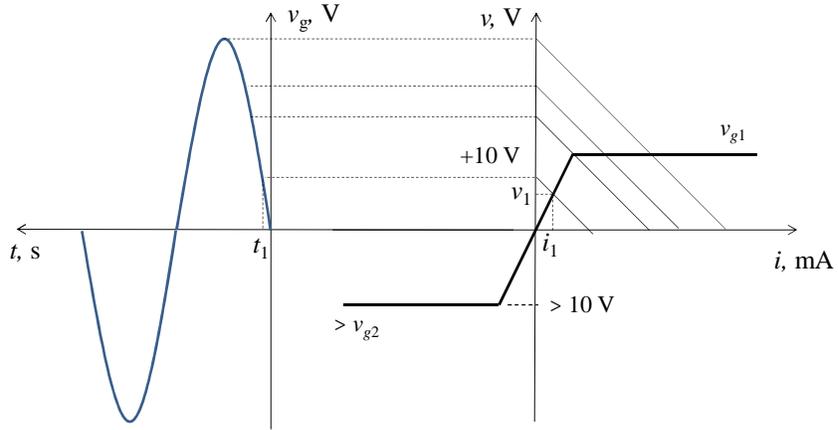
$$V_{\max} = 24 \text{ V} \quad T = 1 \text{ ms}$$

Se entrambi i diodi sono interdetti la tensione v vale $v = \frac{R}{R+R_g} v_g$

	D_1	D_2	i_R	i	i_{g1}	i_{g2}
$\frac{v}{v_g} \leq -$	OFF	ON	$-$	$+$	0	$-$
$- < \frac{v}{v_g} \leq$	OFF	OFF	$+$	$+$	0	0
$< \frac{v}{v_g}$	ON	OFF	$-$	$-$	$-$	0

14

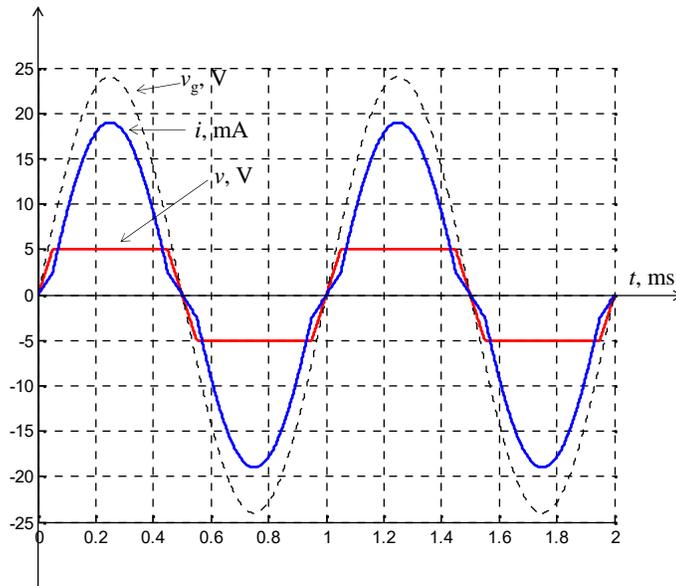
Retta di carico all'istante t : $v = v_g(t) - R_g i$



metodo grafico

$t_1 \longrightarrow v_1, i_1$
 $t_2 \longrightarrow v_2, i_2$
 $\dots \longrightarrow \dots$

15



16

