

# TRASFORMATORI

## 1. PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

La figura 1.1 mostra lo schema di principio di un trasformatore monofase.

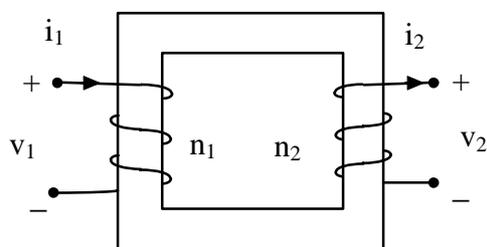


Figura 1.1. - Schema di principio di un trasformatore monofase

Il trasformatore è costituito da un nucleo di materiale ferromagnetico su cui sono avvolti due avvolgimenti: il “primario”, costituito da  $n_1$  spire ed il “secondario” costituito da  $n_2$  spire. Quando il primario è alimentato con una tensione  $v_1$  (“tensione primaria”), alternata, ai capi dell’avvolgimento secondario si manifesta una tensione  $v_2$  (“tensione secondaria”), isofrequenziale con la tensione primaria. Se il secondario è chiuso su di un carico elettrico, il primario assorbe la corrente  $i_1$  (“corrente primaria”), ed il secondario eroga la corrente  $i_2$  (“corrente secondaria”), entrambe le correnti sono alternate, isofrequenziali con le tensioni. Mediante il trasformatore è quindi possibile trasferire potenza elettrica dall’avvolgimento primario a quello secondario, senza fare ricorso ad alcun collegamento elettrico tra i due avvolgimenti; il trasferimento di potenza avviene invece attraverso il campo magnetico che è presente principalmente nel nucleo del trasformatore e che è in grado di scambiare energia con entrambi i circuiti.

## 2. CENNI COSTRUTTIVI

Il nucleo magnetico del trasformatore consiste normalmente in un pacco di lamierini di acciaio al silicio, che presenta due forme costruttive comuni mostrate nelle figure 2.1.a e 2.1.b.

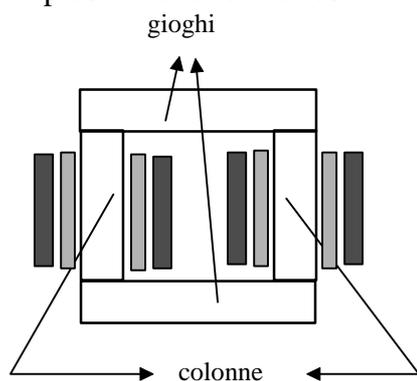


Figura 2.1.a.

Trasformatore con nucleo a colonne

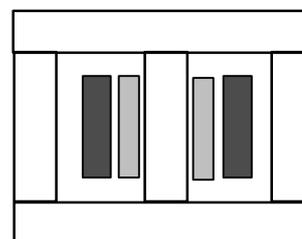


Figura 2.1.b

Trasformatore con nucleo a mantello

Nel tipo con nucleo a colonne ciascun avvolgimento è costituito da due bobine in serie, ciascuna avvolta su di una colonna del trasformatore. Nel tipo con nucleo a mantello, entrambi gli avvolgimenti sono avvolti sulla colonna centrale del nucleo. La configurazione a mantello

minimizza il flusso disperso, quella a colonne minimizza la quantità di lamierini utilizzati. Gli avvolgimenti primario e secondario possono essere:

- *concentrici* (figura 2.2.a): le colonne sono rivestite di materiale isolante; sul materiale isolante viene quindi posto l'avvolgimento a bassa tensione, che viene a sua volta rivestito di materiale isolante. Sul secondo strato di materiale isolante viene posto l'avvolgimento ad alta tensione. In un trasformatore monofase, ognuna delle due colonne porta metà delle spire. In un trasformatore trifase, ogni colonna porta una fase a bassa tensione e la fase ad alta tensione corrispondente.
- *a bobine alternate* (figura 2.2.b): sono ottenuti alternando gli avvolgimenti a bassa e ad alta tensione, che vengono separate mediante corone di materiale isolante.

Gli avvolgimenti a bobine alternate presentano un miglior accoppiamento magnetico; gli avvolgimenti concentrici consentono un miglior isolamento.

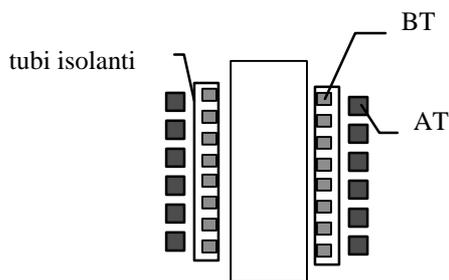


Figura 2.2.a. - Avvolgimenti concentrici

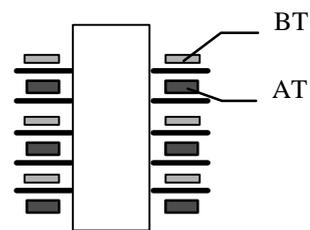


Figura 2.2.b. - Avvolgimenti a bobine alternate

La laminazione del nucleo magnetico si rende necessaria al fine di ridurre le perdite per correnti parassite (vedi capitolo successivo). I gioghi sono normalmente a sezione rettangolare, mentre per le colonne si preferisce una sezione a "gradini" in modo da ridurre la lunghezza degli avvolgimenti (figura 2.3).

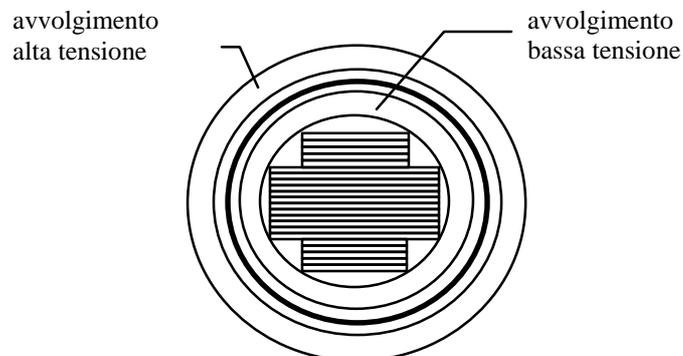


Figura 2.3. - sezione di una colonna del nucleo magnetico

### 3. FENOMENI DI PERDITA NEL FERRO

Un materiale ferromagnetico soggetto ad un flusso magnetico variabile nel tempo è sede di correnti parassite dette **correnti di Foucault**. Facendo riferimento alla figura 3.1 il fenomeno può essere spiegato intuitivamente: ogni sezione del materiale perpendicolare al campo magnetico può essere immaginata come una serie di circuiti elettrici concentrici, ai quali è concatenato un flusso magnetico variabile nel tempo. Ciascuno dei circuiti elementari è quindi sede di una forza elettromotrice indotta e quindi di una corrente. Tale corrente è dannosa per due motivi:

- genera un campo magnetico di reazione che si oppone al campo magnetico forzante,
- è inevitabilmente associata a delle perdite per effetto Joule.

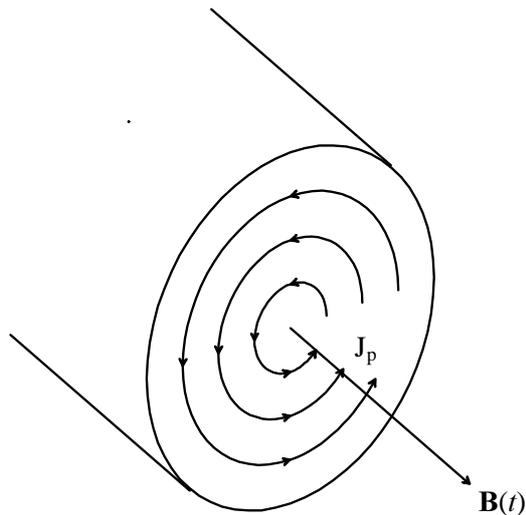


Figura 3.1. - Correnti indotte in un materiale ferromagnetico

Si consideri ora il lamierino di spessore  $\delta$  di materiale ferromagnetico in figura 3.2, immerso in un campo magnetico uniforme diretto come l'asse  $z$  e variabile nel tempo con legge sinusoidale:

$$\mathbf{B}(x, y, z, t) = k B_M \cos(\omega t) \quad (3.1)$$

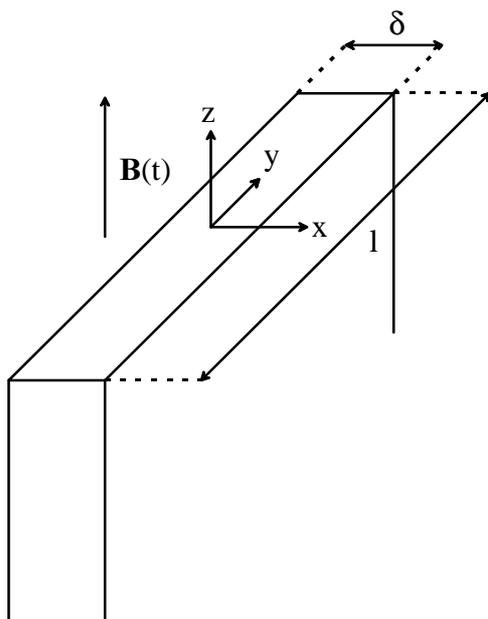


Figura 3.2.a

Lamierino in un circuito magnetico

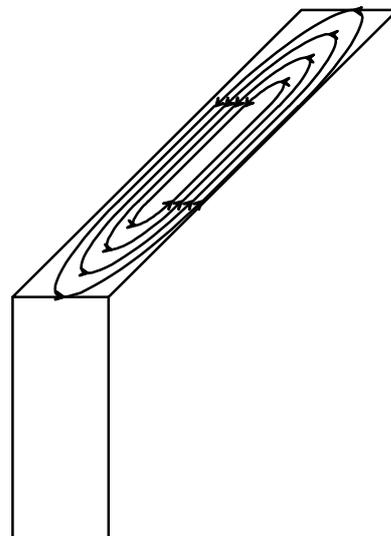


Figura 3.2.b

Distribuzione delle linee di corrente di Focault

Dalla legge della induzione elettromagnetica, supponendo che  $l \gg \delta$  e trascurando gli effetti di bordo, (considerando cioè solo al zona centrale del rettangolo, si può dimostrare che risulta:

$$E_y = \omega B_M x \sin(\omega t) \quad (3.2)$$

$$J_y = \sigma E_y = \sigma \omega B_M x \sin(\omega t) \quad (3.3)$$

Alla densità di corrente parassita  $J_y$  corrisponde una densità di potenza dissipata pari a:

$$w_J(x, t) = \sigma [\omega B_M x \sin(\omega t)]^2$$

che mediata sullo spessore  $\delta$  e sul periodo  $T = 2\pi / \omega$  fornisce la densità di potenza media dissipata per correnti parassite:

$$w_{cp} = \frac{1}{\delta T} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \int_0^T w(x, t) dx dt = \sigma \frac{\omega^2 B_M^2 \delta^2}{24}, [\text{watt} / \text{m}^3] \quad (3.4)$$

Dalla (3.4) si deduce immediatamente che per ridurre le perdite per correnti parassite conviene utilizzare, per la costruzione del nucleo del trasformatore, lamiere magnetiche sottili ( $\delta=0.3\div 0.5$  mm), isolate l'una dall'altra da un foglio di materiale isolante (carte speciali, vernici sintetiche, film di silicato di sodio). Le lamiere sono costituite da ferro dolce con percentuali intorno al 3 ÷ 4% di silicio: la presenza del silicio lascia pressoché inalterate le caratteristiche magnetiche del ferro, e ne diminuisce la conducibilità, riducendo ulteriormente le perdite per correnti parassite.

Alle perdite per effetto delle correnti parassite vanno aggiunte le **perdite per isteresi**. La formula di Steinmetz fornisce la densità di energia dissipata per isteresi nel nucleo magnetico ( $W_{ist}$ ):

$$W_{ist} = k_{ist} B_M^{1.6}, [\text{joule} / \text{m}^3 \cdot \text{ciclo}] \quad (3.5)$$

dove  $B_M$  è il campo d'induzione magnetica massimo del ciclo. Introducendo la frequenza  $f$  si ottiene un'espressione per la densità di potenza dissipata per unità di tempo ( $P_{ist}$ ):

$$P_{ist} = k_{ist} B_M^{1.6} f, [\text{watt} / \text{m}^3] \quad (3.6)$$

La densità di potenza dissipata nel materiale ferromagnetico soggetto ad un campo d'induzione sinusoidale è quindi dato dalla somma delle potenze dissipate per isteresi e per correnti parassite:

$$P_f = P_{ist} + P_{cp} = k_{ist} f B_M^{1.6} + k_{cp} \delta^2 f^2 B_M^2, [\text{watt} / \text{m}^3]. \quad (3.7)$$

E' possibile riferire le perdite all'unità di peso:

$$p_f = k'_{ist} f B_M^{1.6} + k'_{cp} \delta^2 f^2 B_M^2, [\text{watt} / \text{kg}] \quad (3.8)$$

con:  $k'_{ist} = k_{ist} / \rho$ ,  $k'_{cp} = k_{cp} / \rho$ ,  $\rho$  = densità del materiale ferromagnetico [ $\text{m}^3 / \text{kg}$ ]

Commercialmente le lamiere in materiale ferromagnetico sono caratterizzate dalla **cifra di perdita**, definita come la potenza dissipata per kg di materiale con  $B_M = 1$  T e  $f = 50$  Hz. Dalla cifra di perdita, tramite la (3.9) è possibile ottenere un'indicazione delle perdite per qualsiasi induzione magnetica e frequenza.

#### 4. EQUAZIONI INTERNE

La figura 4.1 riporta l'andamento qualitativo di alcune linee di campo della induzione magnetica.

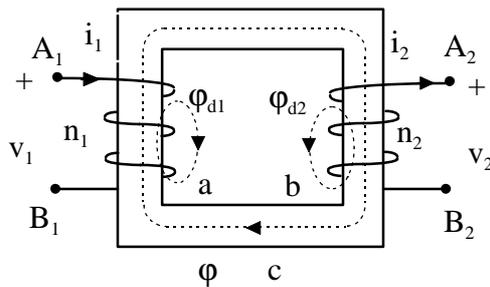


Figura 4.1. - Andamento qualitativo delle linee di campo della induzione magnetica in un trasformatore monofase

Una linea di campo della induzione magnetica è necessariamente chiusa e si concatena con almeno uno dei due avvolgimenti del trasformatore. Vi sono quindi linee che, a causa dell'elevato valore della permeabilità magnetica dei lamierini di cui è costituito il nucleo, si sviluppano completamente all'interno di quest'ultimo e si concatenano quindi con entrambi i circuiti (la linea c della figura), ed altre linee invece che si sviluppano in parte al di fuori del nucleo e perciò si concatenano solo con uno dei due avvolgimenti (le linee a e b della figura). Al flusso attraverso una sezione normale del nucleo magnetico, dovuto alle linee del tipo c, si dà il nome di flusso "principale" e nel seguito verrà indicato col simbolo  $\varphi$ ; con i simboli  $\varphi_{d1}$  e  $\varphi_{d2}$  si indicano i flussi "dispersi" concatenati con l'intero avvolgimento 1 e l'intero avvolgimento 2 rispettivamente, cioè i flussi dovuti alle linee di campo del tipo a e del tipo b. Per il flusso totale concatenato con l'avvolgimento 1 ( $\varphi_1$ ) ed il flusso totale concatenato con l'avvolgimento 2 ( $\varphi_2$ ), facendo riferimento ai versi positivi per le correnti e per i flussi mostrati nella figura, risulta:

$$\varphi_1 = n_1 \varphi + \varphi_{d1} \quad ; \quad \varphi_2 = -n_2 \varphi + \varphi_{d2} \quad (4.1)$$

Dato che gran parte dello sviluppo delle linee del tipo a e del tipo b avviene nell'aria al di fuori del nucleo è possibile esprimere con buona approssimazione i flussi dispersi, mediante dei coefficienti di autoinduzione di dispersione ( $L_{d1}$ ,  $L_{d2}$ ) che risultano indipendenti dalle correnti del trasformatore:

$$\varphi_{d1} = L_{d1} i_1 \quad ; \quad \varphi_{d2} = L_{d2} i_2 \quad (4.2)$$

Si consideri una curva chiusa che a partire dal terminale  $A_1$  raggiunga il terminale  $B_1$  lungo l'asse del conduttore dell'avvolgimento primario e quindi raggiunga nuovamente il terminale  $A_1$  senza più concatenarsi col nucleo del trasformatore. Applicando la legge della circuitazione elettrica (dell'induzione elettromagnetica) a tale linea chiusa, indicando con  $R_1$  la resistenza dell'avvolgimento primario, si ottiene:

$$v_1 = n_1 \frac{d\varphi}{dt} + L_{d1} \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \quad (4.3)$$

Analogamente per il secondario si ottiene ( $R_2$  = resistenza dell'avvolgimento secondario):

$$v_2 = n_2 \frac{d\varphi}{dt} - L_{d2} \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 \quad (4.4)$$

Una equazione di accoppiamento magnetico tra primario e secondario si ottiene mediante la legge di Hopkinson per il tubo di flusso principale; con riferimento ai versi positivi indicati nella figura ed indicando con  $R$  la riluttanza del circuito magnetico principale si ottiene:

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = R \phi \quad (4.5)$$

E' possibile tenere conto della presenza delle correnti parassite presenti nel nucleo del trasformatore considerando un terzo avvolgimento fittizio chiuso in corto circuito, come mostrato nella figura 4.2.

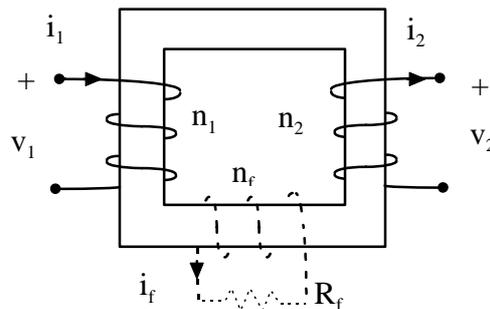


Figura 4.2. - Avvolgimento fittizio per simulare le correnti parassite nel nucleo magnetico

La (4.5) si modifica di conseguenza nel seguente modo:

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_f i_f = R \phi \quad (4.6)$$

Analogamente alla (4.3), con riferimento all'avvolgimento fittizio, trascurando il coefficiente di autoinduzione di tale avvolgimento, si ottiene:

$$0 = n_f \frac{d\phi}{dt} + R_f i_f \quad (4.7)$$

Se è possibile considerare in prima approssimazione lineare il materiale ferromagnetico di cui è costituito il nucleo del trasformatore la riluttanza  $R$  è una caratteristica del circuito magnetico indipendente dal valore del flusso presente nel circuito e quindi è costante nel tempo. In questo caso, supponendo che tutte le variabili ( $i_1$ ,  $i_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$ ) siano funzioni sinusoidali isofrequenziali, applicando la trasformazione di Steinmetz alle equazioni (4.3) - (4.7) ed indicando sottolineati i fasori relativi alle grandezze indicate e con  $j$  l'unità immaginaria, si ottiene:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= j\omega n_1 \underline{\Phi} + j\omega L_{d1} \underline{I}_1 + R_1 \underline{I}_1 \\ \underline{V}_2 &= j\omega n_2 \underline{\Phi} - j\omega L_{d2} \underline{I}_2 - R_2 \underline{I}_2 \\ 0 &= j\omega n_f \underline{\Phi} + R_f \underline{I}_f \\ \underline{R} \underline{\Phi} &= n_1 \underline{I}_1 - n_2 \underline{I}_2 + n_f \underline{I}_f \end{aligned} \quad (4.8)$$

Le equazioni (4.8) costituiscono le equazioni interne del trasformatore mediante le quali è possibile descriverne il comportamento nella ipotesi di poter trascurare gli effetti dovuti alla non linearità del circuito magnetico. Quando ciò non sia possibile, le grandezze in gioco (tensioni, correnti e flusso) sono esprimibili mediante la loro serie di Fourier, caratterizzata da un'armonica fondamentale, relativa alla frequenza di alimentazione, e da armoniche superiori, relative a frequenze multiple intere della fondamentale.

Si consideri un trasformatore con l'avvolgimento primario alimentato da una tensione sinusoidale, cioè contenente solo l'armonica fondamentale, ed il secondario aperto. Trascurando gli effetti della resistenza primaria e del coefficiente di autoinduzione primario, dalla (4.3) risulta  $v_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt}$  e, di

conseguenza, il nucleo del trasformatore viene percorso da un flusso sinusoidale. Il campo d'induzione magnetica, proporzionale al flusso, è anche esso sinusoidale. Per effetto della non linearità della caratteristica di magnetizzazione del ferro, la forma d'onda del campo magnetico H viene deformata (vedi figura 4.3), cioè contiene armoniche superiori. Tale deformazione si riflette in un'analogha deformazione della corrente magnetizzante, cioè la corrente che viene assorbita a primario quando il trasformatore funziona a vuoto e che è proporzionale al campo H.

Considerazioni analoghe valgono quando la corrente assorbita a primario è sinusoidale: in questo caso il campo magnetico H, proporzionale alla corrente, è sinusoidale (vedi figura 4.4). Per effetto della non linearità della caratteristica magnetica, il campo d'induzione magnetica, e di conseguenza anche la tensione d'alimentazione, vengono deformati e contengono armoniche superiori.

L'analisi armonica delle grandezze deformate per effetto della saturazione nel ferro mostra che tali grandezze contengono di norma armoniche dispari di ampiezza via via decrescente. Solitamente la terza armonica è l'unica ad avere effetti apprezzabili.

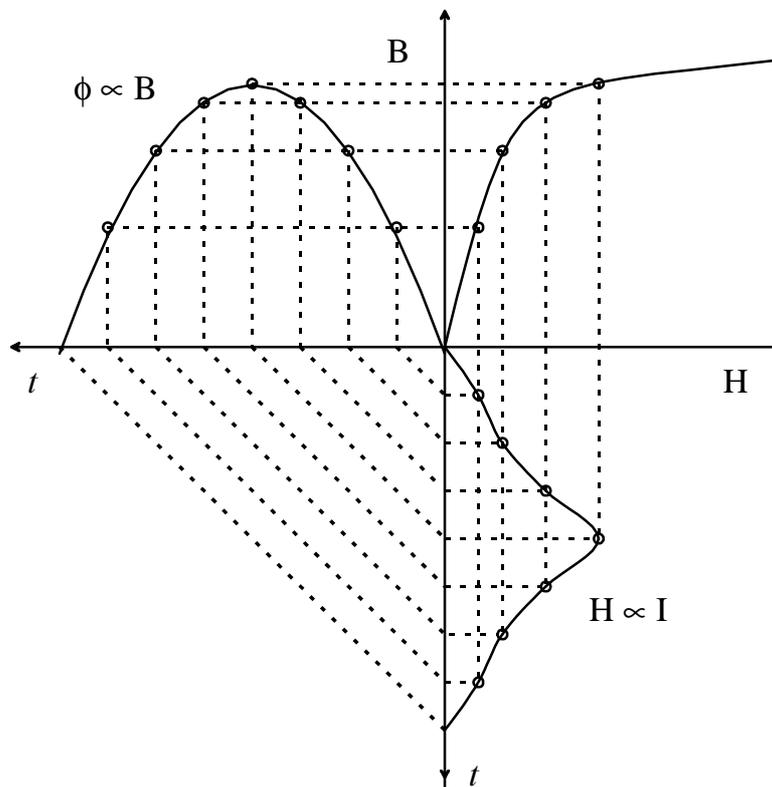


Figura 4.3. - Deformazione della corrente magnetizzante

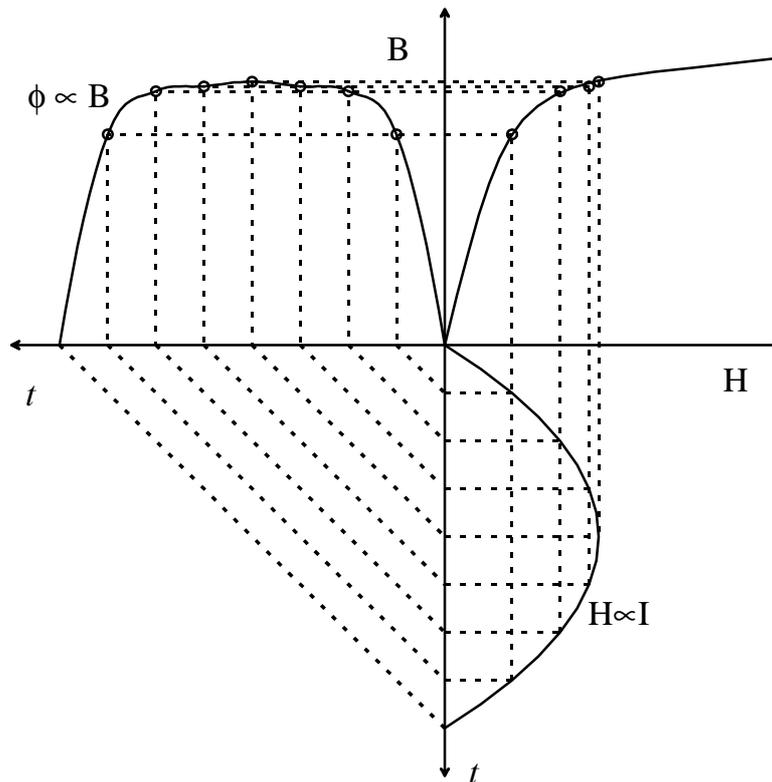


Figura 4.4 - Deformazione del flusso principale

## 5. EQUAZIONI DI CONNESSIONE CON L'ESTERNO

Le (4.8) costituiscono un sistema di quattro equazioni complesse nelle sei incognite complesse  $\underline{V}_1$ ,  $\underline{V}_2$ ,  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}_f$ ,  $\underline{\Phi}$ . Affinché il problema risulti chiuso e sia quindi possibile calcolare il valore delle incognite è necessario scrivere altre due equazioni complesse che descrivano l'accoppiamento elettrico del trasformatore col mondo esterno attraverso i morsetti del primario e del secondario. Nel caso in cui il primario sia alimentato da una rete a tensione assegnata ed il secondario sia chiuso su di una impedenza di carico ( $\underline{Z}_L$ ), le equazioni di connessione con l'esterno hanno la seguente forma:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= \underline{E} \\ \underline{V}_2 &= \underline{Z}_L \underline{I}_2 \end{aligned} \quad (5.1)$$

## 6. CIRCUITO EQUIVALENTE

Si consideri il doppio bipolo, rappresentato nella figura 6.1, a cui viene dato il nome di trasformatore ideale. Le equazioni costitutive del trasformatore ideale, con riferimento ai versi positivi delle tensioni e delle correnti indicati nella figura, sono le seguenti:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad ; \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (6.1)$$

Dalle (6.1) risulta evidente che la potenza assorbita a primario dal trasformatore ideale ( $p_1 = v_1 i_1$ ) risulta in ogni istante uguale a quella erogata al secondario ( $p_2 = v_2 i_2$ ). Con riferimento al regime sinusoidale di frequenza  $f$  dalle (6.1) risulta che la potenza complessa assorbita a primario dal

trasformatore ideale  $\underline{N}_1 = \underline{V}_1(\underline{I}_1)^*$  risulta uguale a quella erogata al secondario  $\underline{N}_2 = \underline{V}_2(\underline{I}_2)^*$ . Il trasformatore ideale cioè, non assorbe né potenza attiva né potenza reattiva, risultano però mutati i parametri (tensione e corrente) con cui la energia elettrica viene assorbita a primario ed erogata a secondario: la tensione viene ridotta (od aumentata) di un fattore pari al rapporto di trasformazione del trasformatore ( $K = n_1/n_2 =$  rapporto di trasformazione), mentre la corrente viene aumentata (o diminuita) dello stesso fattore.

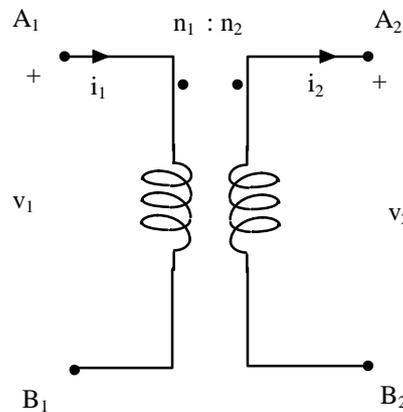


Figura 6.1 - Trasformatore ideale.

Si consideri il circuito elettrico rappresentato nella figura 6.2.

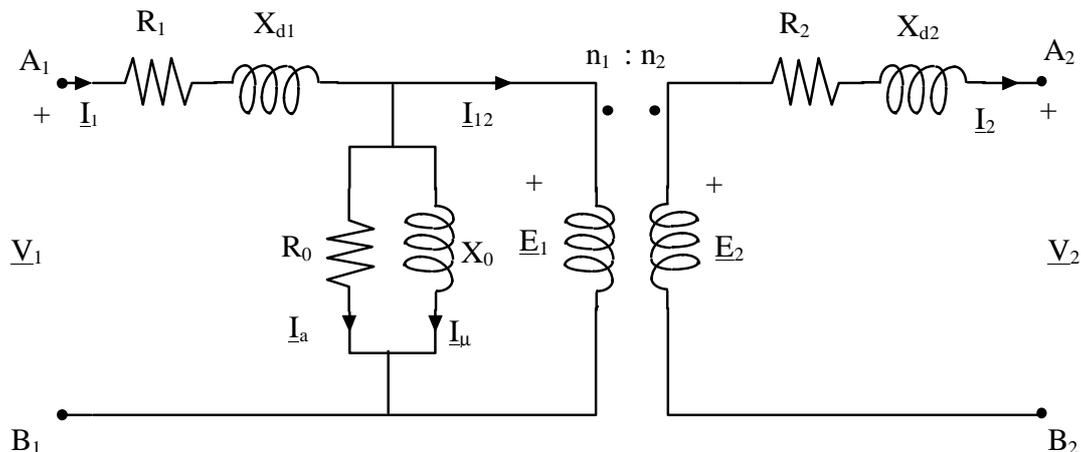


Figura 6.2. - Circuito equivalente del trasformatore.

Esso costituisce il circuito equivalente del trasformatore (alle basse frequenze), infatti, le equazioni che descrivono il circuito in esame, unitamente alle (6.1) che descrivono il trasformatore ideale, coincidono con le (4.8), una volta fatte le posizioni (6.2).

Il circuito equivalente del trasformatore si riduce al solo trasformatore ideale quando vengano trascurati tutti i fenomeni di “perdita” presenti nel trasformatore “reale”. Tali fenomeni sono dovuti alla resistenza degli avvolgimenti ( $R_1, R_2$ ), ai flussi dispersi ( $X_{d1}, X_{d2}$ ), alle perdite nel ferro ( $I_a$ ) ed alla riluttanza, piccola ma non nulla, del nucleo del trasformatore ( $I_u$ ). Il trasformatore “reale” è in grado di modificare i parametri della energia elettrica che lo attraversa, ma, a differenza del trasformatore ideale, assorbe sia potenza attiva che potenza reattiva. La potenza attiva viene dissipata (trasformata in calore) in parte negli avvolgimenti (per effetto Joule) ed in parte nel nucleo ferromagnetico (per effetto Joule e per isteresi). La potenza reattiva assorbita serve per sostenere i flussi dispersi ed il flusso principale. La presenza di flussi dispersi introduce uno sfasamento tra la tensione primaria e la tensione secondaria, mentre la riluttanza finita del nucleo comporta

l'assorbimento a primario, anche nel funzionamento a vuoto di una corrente magnetizzante che risulta in quadratura col flusso principale.

$$\begin{aligned}
 X_{d1} &= \omega L_{d1} && \text{reattanza di dispersione dell'avvolgimento primario} \\
 X_{d2} &= \omega L_{d2} && \text{reattanza di dispersione dell'avvolgimento secondario} \\
 X_0 &= \omega \frac{n_1^2}{R} && \text{reattanza magnetizzante} \\
 R_0 &= R_f \left( \frac{n_1}{n_f} \right)^2 && \text{resistenza fittizia ridotta a primario} \\
 I_{-\mu} &= \frac{R}{n_1} \Phi && \text{corrente magnetizzante} \\
 I_{-a} &= -I_f \frac{n_f}{n_1} && \text{corrente attiva}
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$

E' possibile spostare a sinistra del trasformatore ideale (verso il primario) l'impedenza secondaria ( $R_2 + jX_{d2}$ ) moltiplicandola per il quadrato del rapporto di trasformazione; si ottiene quindi il circuito equivalente del trasformatore ridotto a primario illustrato nella figura 6.3.

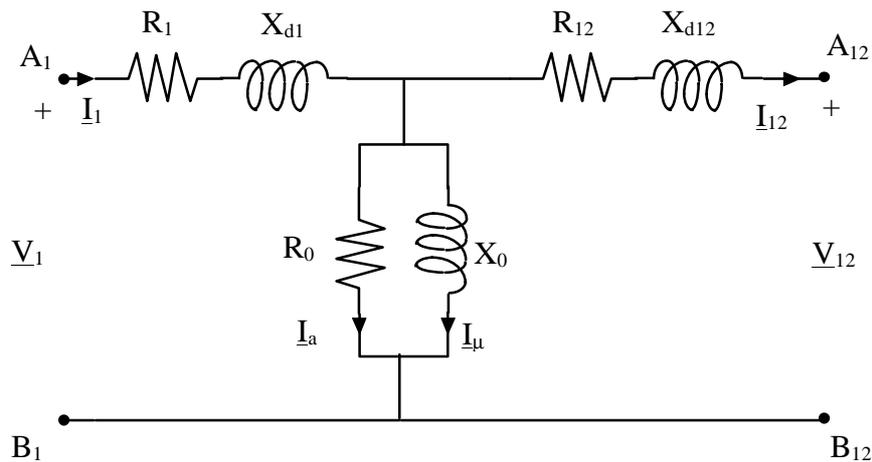


Figura 6.3. - circuito equivalente del trasformatore ridotto a primario

Risulta:

$$\begin{aligned}
 R_{12} &= R_2 \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 && \text{resistenza secondaria ridotta a primario} \\
 X_{d12} &= X_{d2} \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 && \text{reattanza di dispersione secondaria ridotta a primario} \\
 I_{12} &= I_2 \left( \frac{n_2}{n_1} \right) && \text{corrente secondaria ridotta a primario} \\
 V_{12} &= V_2 \left( \frac{n_1}{n_2} \right) && \text{tensione secondaria ridotta a primario}
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$

Analogamente è possibile considerare il circuito equivalente del trasformatore ridotto a secondario. I trasformatori sono costruiti in modo da ridurre il più possibile gli effetti di perdita; risulta quindi comprensibile come, normalmente, la caduta di tensioni ai capi della impedenza  $R_1 + jX_{d1}$  risulti piccola (meno di qualche per mille) rispetto a quella ai capi del parallelo delle impedenze  $R_0$  e  $jX_0$ . Di conseguenza è possibile approssimare notevolmente la rete equivalente del trasformatore, senza introdurre un errore rilevante, applicando la tensione di alimentazione direttamente ai capi della reattanza magnetizzante come mostrato nella figura (6.4). In questo caso la corrente  $I_0$  assorbita dal parallelo di  $R_0$  e  $jX_0$  non dipende dal carico del trasformatore, ma unicamente dalla tensione di alimentazione primaria e coincide con la corrente assorbita a primario dal trasformatore nel funzionamento a vuoto, quando cioè il secondario è aperto ( $I_2 = 0$ ). Nell'ambito di tale approssimazione non è più necessario distinguere l'impedenza primaria ( $R_1 + jX_{d1}$ ) da quella secondaria ( $R_2 + jX_{d2}$ ). Trasportando una delle due impedenze, primaria o secondaria, dalla parte opposta del trasformatore ideale, avendo cura di effettuare la trasformazione corrispondente del suo valore, permette di considerare un'unica impedenza totale che può essere riferita a primario ( $R_{1t} + jX_{1t}$ ) od a secondario ( $R_{2t} + jX_{2t}$ ), come indicato nelle relazioni (6.4).

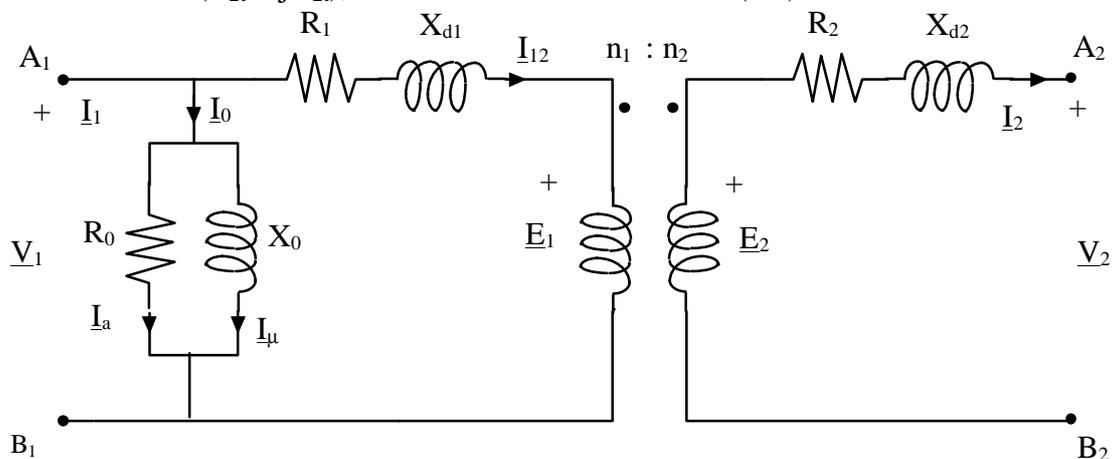


Figura 6.4. - Circuito equivalente semplificato del trasformatore.

$$\begin{array}{ll}
 R_{1t} = R_1 + R_{12} & \text{resistenza totale ridotta a primario} \\
 X_{1t} = X_{d1} + X_{d12} & \text{reattanza totale ridotta a primario} \\
 R_{2t} = R_2 + R_{21} & \text{resistenza totale ridotta a primario} \\
 X_{2t} = X_{d2} + X_{d21} & \text{reattanza totale ridotta a secondario}
 \end{array} \quad (6.4)$$

Un altro vantaggio del circuito equivalente semplificato della figura 6.4 è che i parametri che in esso compaiono ( $R_0$ ,  $X_0$ ,  $R_{1t}$  ed  $X_{1t}$ ) possono essere determinati sperimentalmente mediante una prova a vuoto ed una prova in corto circuito.

#### PROVA A VUOTO

La prova a vuoto viene eseguita alimentando il primario con la sua tensione nominale e mantenendo il secondario in circuito aperto. Facendo riferimento alla rete equivalente semplificata di figura 6.4 risulta nulla la corrente  $I_2$ , di conseguenza risulta:

$$R_0 = \frac{V_{10}^2}{P_0} \quad , \quad X_0 = \frac{V_{10}^2}{\sqrt{(V_{10} I_{10})^2 - P_0^2}} \quad (6.5)$$

dove  $V_{10}$  è la tensione (valore efficace) primaria,  $I_{10}$  è la corrente (valore efficace) primaria e  $P_0$  è la potenza attiva assorbita a primario durante la prova; tali grandezze possono essere misurate mediante l'inserzione a primario di un voltmetro, un amperometro ed un wattmetro.

### PROVA IN CORTO CIRCUITO

La prova in cortocircuito viene effettuata alimentando il primario del trasformatore con il secondario chiuso su un amperometro. La bassa impedenza dell'amperometro permette di considerare il secondario chiuso in cortocircuito. La tensione primaria deve essere tale che la corrente erogata a secondario, che viene misurata dall'amperometro, sia pari alla corrente nominale (valore efficace). Tale valore della tensione viene chiamato tensione di cortocircuito ( $V_{1c}$ ) e risulta essere pari ad un frazione ( $< 10\%$ ) della tensione nominale primaria. Per i valori tipici dei parametri del trasformatore risulta  $|(R_0)/(jX_0)| \gg |R_{1t} + jX_{1t}|$  e quindi, nel funzionamento in cortocircuito, è possibile considerare la rete equivalente semplificata del trasformatore che viene mostrata nella figura 6.5 e che prende il nome di rete di Kapp.

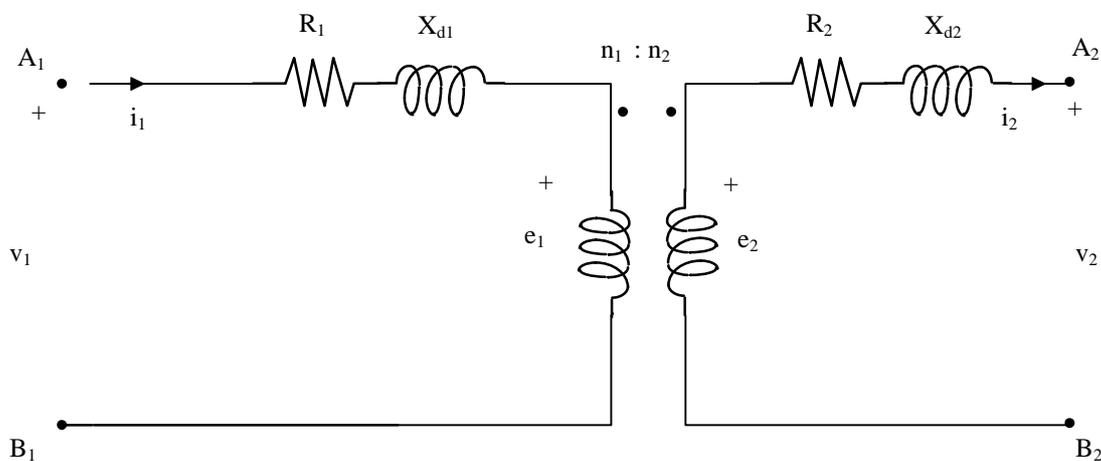


Figura 6.5. - Circuito equivalente semplificato del trasformatore, valido nel funzionamento in cortocircuito (rete di Kapp)

Con riferimento a tale semplificazione risulta quindi:

$$R_{1t} = \frac{P_c}{I_{1c}^2}, \quad X_{1t} = \frac{\sqrt{(V_{1c} I_{1c})^2 - P_c^2}}{I_{1c}^2} \quad (6.6)$$

dove  $V_{1c}$  è la tensione (valore efficace) primaria,  $I_{1c}$  è la corrente (valore efficace) primaria e  $P_c$  è la potenza attiva assorbita a primario durante la prova; tali grandezze possono essere misurate mediante l'inserzione a primario di un voltmetro, un amperometro ed un wattmetro.

### 7. RENDIMENTO CONVENZIONALE DEL TRASFORMATORE

Il trasformatore, assorbe potenza elettrica dal primario ed eroga potenza elettrica al secondario; tale trasformazione avviene in presenza di perdite negli avvolgimenti, per effetto Joule, e nel nucleo magnetico, a causa delle correnti parassite e la conseguente dissipazione per effetto Joule e della isteresi magnetica. Il rendimento del trasformatore ( $\eta$ ) viene quindi definito come il rapporto tra la

potenza attiva erogata a secondario ( $P_2$ ) e la potenza attiva assorbita a primario ( $P_1$ ); indicando con  $P_d$  la potenza dissipata (trasformata in calore) all'interno del trasformatore risulta:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_d} \quad (7.1)$$

La determinazione sperimentale di tale grandezza risulta difficoltosa per varie ragioni. In primo luogo, sarebbe necessario che il trasformatore operasse nelle sue condizioni nominali e quindi si renderebbe necessario poter disporre in laboratorio di un carico in grado di assorbire la potenza nominale del trasformatore che può risultare anche di parecchi MW. In secondo luogo, non essendo presenti parti rotanti nel trasformatore, il rendimento dello stesso è molto elevato (può essere superiore al 99.5) e piccoli errori nella misura delle potenze assorbite ed erogate possono produrre un errore notevole nella determinazione del rendimento. Per ovviare a tali inconvenienti viene definito un rendimento convenzionale del trasformatore ( $\eta_{conv}$ ). Le norme stabiliscono dettagliatamente le modalità del calcolo del rendimento convenzionale a seconda del carico che il trasformatore deve alimentare; facendo riferimento ad un carico resistivo ( $\cos \varphi = 1$ ) che assorbe la potenza nominale del trasformatore si ottiene:

$$\eta_{conv} = \frac{A_n}{A_n + P_{Cu} + P_{Fe}} \quad (7.2)$$

Nella (7.2)  $A_n$  è la potenza apparente nominale del trasformatore, che è indicata sui dati di targa del trasformatore stesso,  $P_{Cu}$  sono le perdite nel rame, valutate mediante la prova in cortocircuito, e  $P_{Fe}$  sono le perdite nel ferro, valutate mediante la prova a vuoto. Nella prova in cortocircuito, come già detto, le perdite per effetto Joule negli avvolgimenti, sono largamente predominanti rispetto a quelle nel ferro e quindi la potenza attiva assorbita durante tale prova rappresenta la potenza che viene dissipata nel rame, a parità di correnti negli avvolgimenti, quindi  $P_{Cu} = P_c$ . In realtà è necessario tenere conto della variazione della resistenza degli avvolgimenti al variare della temperatura degli stessi e quindi le norme fissano le modalità del calcolo di  $P_{Cu}$  a partire dalla misura di  $P_c$ . Nella prova a vuoto risultano invece trascurabili le perdite negli avvolgimenti, visto che il secondario non è percorso da corrente ed il primario è percorso solo dalla corrente a vuoto che come detto risulta una frazione abbastanza piccola della corrente nominale, per cui la potenza attiva assorbita durante la prova, eseguita alla tensione nominale, rappresenta la potenza dissipata nel ferro durante il funzionamento nominale ( $P_{Fe} = P_0$ )

## 8. TRASFORMATORI TRIFASE

Per trasferire energia elettrica tra due reti trifase a differenti tensioni, si può ricorrere a tre trasformatori monofase opportunamente collegati tra loro.

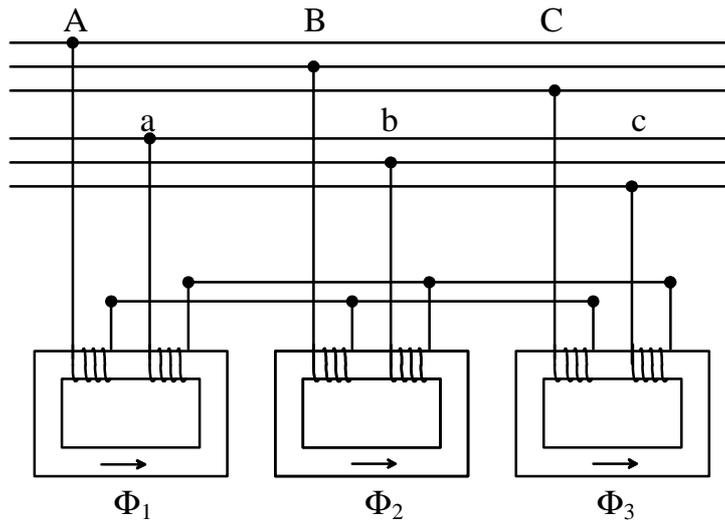


Figura 8.1. - Banco di tre trasformatori monofase

Nella figura 8.1 è mostrata una possibile disposizione dei tre trasformatori monofase. In questo caso, gli avvolgimenti primari sono collegati a stella, così come quelli secondari. I tre circuiti di figura 8.1 sono equivalenti ad un unico trasformatore ottenuto fondendo in un'unica colonna le tre colonne prive di avvolgimenti dei trasformatori monofase (figura 8.2).

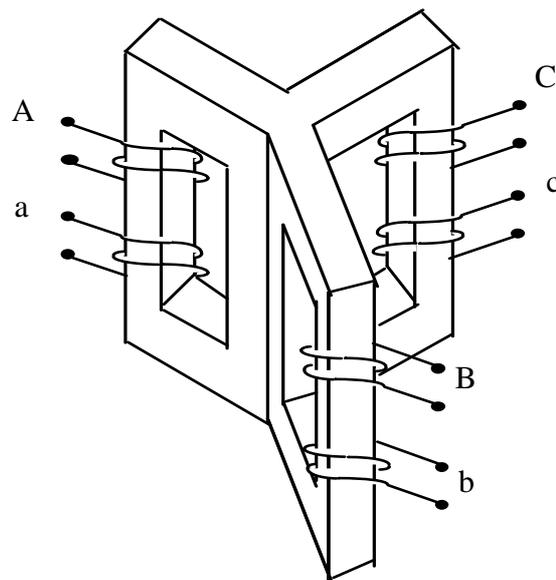


Figura 8.2. - Trasformatore trifase equivalente al banco di tre trasformatori monofase

La colonna centrale del circuito magnetico raffigurato in figura 8.2 è percorsa da un flusso di campo magnetico

$$\Phi' = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

dove  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  e  $\Phi_3$  sono i flussi relativi a ciascun trasformatore. Se poi tali flussi costituiscono una terna simmetrica ed equilibrata, la loro somma è nulla, e la colonna centrale può venire soppressa (figura 8.3).

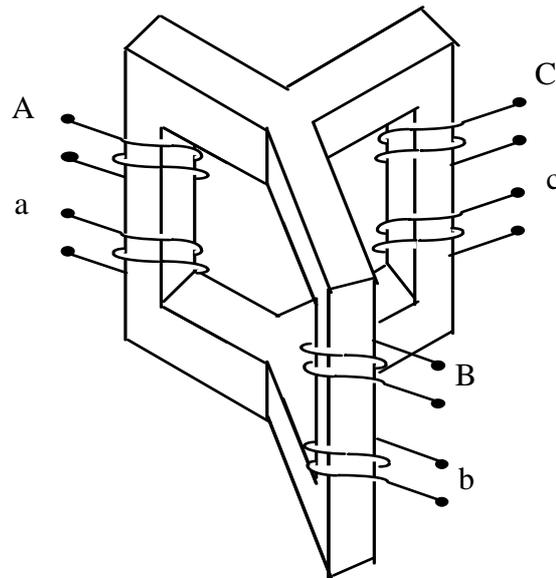


Figura 8.3. - Trasformatore trifase con nucleo simmetrico

La configurazione illustrata nella figura 8.3 presenta delle difficoltà costruttive ed un ingombro tale che si preferisce adottare un nucleo complanare (figura 8.4). Utilizzando tale disposizione si introduce nella terna dei flussi magnetici una dissimmetria che peraltro risulta di norma trascurabile.

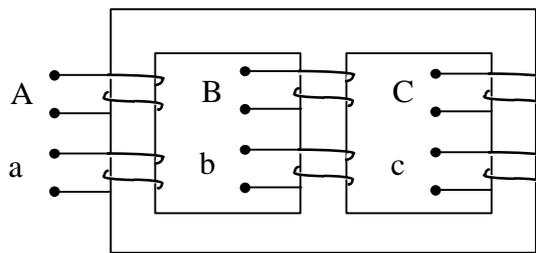


Figura 8.4. - Trasformatore trifase con nucleo complanare

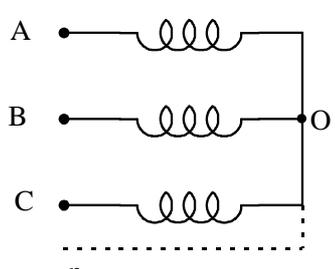
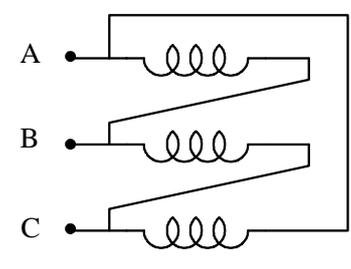
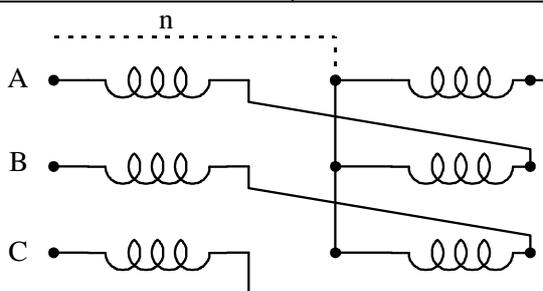
#### CENNI COSTRUTTIVI

Se il trasformatore è destinato a funzionare con tensioni nominali relativamente basse, non è necessario adottare alcun accorgimento per isolare le fasi del trasformatore stesso. Un trasformatore di questo tipo si dice **trasformatore in aria** o **trasformatore a secco**. Per tensioni concatenate elevate è necessario isolare le fasi del trasformatore mediante un materiale caratterizzato da una rigidità dielettrica più elevata di quella dell'aria. Si possono quindi inglobare gli avvolgimenti in un involucro di resina sintetica, o porre l'intero trasformatore in un contenitore ripieno d'olio. Viene utilizzato olio minerale isolante, che deve essere molto fluido, esente da acidità e da tracce di umidità ed i cui vapori non devono infiammarsi a temperature minori di 140° C.

Il trasformatore in resina sintetica presenta una maggiore semplicità di installazione e una maggiore economicità di esercizio. Il trasformatore in bagno d'olio consente invece un più efficace smaltimento del calore generato per effetto Joule. In un trasformatore in bagno d'olio il raffreddamento può avvenire per circolazione naturale o forzata. Per aumentare la superficie di scambio termico con l'esterno del cassone contenente il trasformatore, questo viene dotato di fasci tubieri esterni, che possono essere raffreddati da una soffiante o immersi in acqua.

## COLLEGAMENTI DELLE FASI

Il collegamento delle fasi (primarie o secondarie) in un trasformatore trifase può essere realizzato secondo i tre seguenti schemi:

	
<p><b>collegamento a stella:</b> gli avvolgimenti hanno un morsetto in comune O (centro stella). Si rendono così disponibili due valori di tensione: La tensione concatenata, tra due morsetti (ad es. A-B), e la tensione di fase tra uno dei morsetti ed il centro stella (ad es. A-O);</p>	<p><b>collegamento a triangolo:</b> la fine di un avvolgimento è connesso con l'inizio del successivo. Il collegamento a triangolo rende disponibile un solo valore di tensione, quello della tensione concatenata;</p>
	
<p><b>collegamento a zig-zag:</b> è usato solo per il collegamento delle fasi del secondario. Gli avvolgimenti di ogni fase vengono divisi in due parti e collegate come mostrato in figura. Utilizzando tale collegamento si rendono disponibili due valori di tensione.</p>	

## RAPPORTI DI TRASFORMAZIONE

Il rapporto di trasformazione di un trasformatore trifase (K) viene definito come il rapporto tra il valore efficace delle tensioni concatenate corrispondenti alle coppie di morsetti omologhi primari e secondari, relativo al funzionamento a vuoto del trasformatore (trascurando quindi le cadute di tensione interne del trasformatore):

$$K = \frac{V_{AB}}{V_{ab}}$$

Il rapporto di trasformazione, che nei trasformatori monofase è pari al rapporto  $n_1/n_2$ , dipende, nel caso di un trasformatore trifase, dal collegamento tra fasi primarie e secondarie.

- **Collegamento stella-stella (Y/y)** (vedi figura 9.1.a):

Nelle ipotesi fatte, l'avvolgimento primario e quello secondario di una medesima fase sono concatenati allo stesso flusso magnetico.

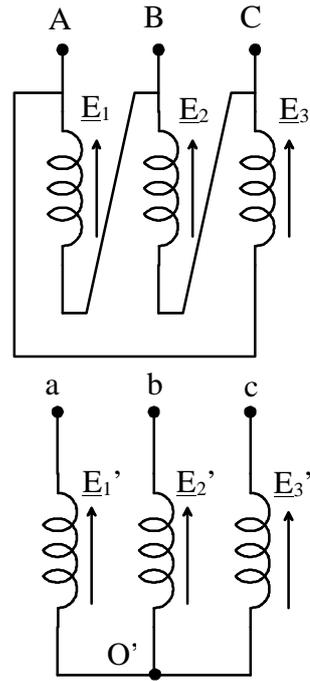
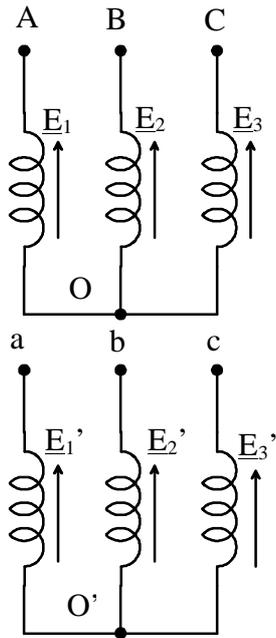


Figura 9.1.a. Collegamento stella-stella (Y/y)

Figura 9.1.b. Collegamento triangolo-stella (D/y)

Si può quindi scrivere:

$$\begin{cases} \underline{E}_1 = -j\omega n_1 \underline{\Phi}_1 \\ \underline{E}_2 = -j\omega n_1 \underline{\Phi}_2 \\ \underline{E}_3 = -j\omega n_1 \underline{\Phi}_3 \end{cases} \quad \begin{cases} \underline{E}_1' = -j\omega n_2 \underline{\Phi}_1 \\ \underline{E}_2' = -j\omega n_2 \underline{\Phi}_2 \\ \underline{E}_3' = -j\omega n_2 \underline{\Phi}_3 \end{cases}$$

Applicando la legge di Kirchhoff alla maglia AOB si ottiene:

$$\underline{V}_{AB} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = -j\omega n_1 (\underline{\Phi}_1 - \underline{\Phi}_2)$$

Allo stesso modo, considerando la maglia aO'b, si ricava:

$$\underline{V}_{ab} = \underline{E}_1' - \underline{E}_2' = -j\omega n_2 (\underline{\Phi}_1 - \underline{\Phi}_2)$$

Il rapporto di trasformazione, come nel caso dei trasformatori monofase, vale quindi:

$$K_{Y/y} = \frac{n_1}{n_2} \quad (9.1)$$

• **Collegamento triangolo stella (D/y)** (figura 9.1.b):

Le fasi del primario sono collegate a triangolo, mentre le fasi del secondario sono collegate a stella. Ripetendo il procedimento seguito nel caso precedente si ha, per la maglia AB del primario:

$$\underline{V}_{AB} = \underline{E}_1 = -j\omega n_1 \underline{\Phi}_1$$

mentre per la maglia aO'b del secondario si può scrivere:

$$\underline{V}_{ab} = \underline{E}_1' - \underline{E}_2' = -j\omega n_2(\Phi_1 - \Phi_2)$$

Ricordando infine che le tensioni principali formano un triangolo equilatero, con semplici considerazioni geometriche si ottiene:

$$K_{D/y} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} K_{Y/y} \quad (9.2)$$

Il collegamento triangolo - stella è dunque caratterizzato da un rapporto di trasformazione inferiore di un fattore  $\sqrt{3}$  del collegamento stella - stella.

#### CRITERI SULLA SCELTA DEI COLLEGAMENTI DELLE FASI NEI TRASFORMATORI TRIFASE

Si nota innanzitutto che, a parità di tensioni concatenate, il collegamento a triangolo presenta delle tensioni di fase maggiori del collegamento a stella di un fattore  $\sqrt{3}$ . Il collegamento a stella risulta quindi più economico perché permette di utilizzare una minore quantità di isolante.

Per quanto riguarda le correnti di magnetizzazione, è immediato notare che le terze armoniche sono, nel caso dei trasformatori trifase, in fase. Questo comporta che, in un collegamento a stella, tali armoniche non possono circolare per l'assenza di un circuito chiuso. Le correnti saranno quindi sinusoidali, e, di conseguenza, il flusso magnetico nel ferro sarà distorto. Tale inconveniente viene risolto quando è presente il filo neutro. Quando le fasi sono collegate a triangolo, invece, le componenti di terza armonica di una fase sono libere di circolare attraverso le altre due fasi.

In base a quanto detto finora, si può dire:

- per alte tensioni conviene utilizzare un collegamento a stella;
- se è necessario il filo neutro, il collegamento deve essere senz'altro a stella;
- se le correnti al secondario sono squilibrate, conviene che il collegamento del primario sia a triangolo. In tal modo, infatti, le correnti che sono richiamate al primario dallo squilibrio del secondario possono richiudersi sulle fasi del primario stesso senza interessare la linea di alimentazione. Il collegamento triangolo-stella è quindi utilizzato nei trasformatori di distribuzione.

#### CLASSIFICAZIONE DEI TRASFORMATORI

Seguendo le Norme CEI, la classificazione dei trasformatori trifase segue i seguenti criteri:

- il collegamento a stella viene indicato con Y al primario e con y al secondario;
- il collegamento a triangolo viene indicato con D al primario e con d al secondario;
- viene indicato lo sfasamento tra tensioni primarie e secondarie del trasformatore; cioè la differenza di fase (fase della grandezza primaria - fase della grandezza secondaria) tra due tensioni principali di fase corrispondenti, quando il primario è alimentato da una terna diretta e simmetrica di tensioni concatenate. Lo sfasamento tra tensioni primarie e secondarie può essere anche definito come l'angolo di cui bisogna ruotare in senso orario una tensione concatenata primaria per sovrapporla alla corrispondente tensione concatenata secondaria; le due definizioni risultano equivalenti. Nel calcolo dello sfasamento vengono trascurati gli effetti dissipativi; in tal modo lo sfasamento risulta essere sempre un multiplo di  $30^\circ$ . Dividendo l'angolo di sfasamento per  $30^\circ$  si associa a tale grandezza un numero da 0 a 11 che individua il gruppo di appartenenza del trasformatore.

Nella tabella 9.1 sono riportati i principali tipi di collegamento per i trasformatori trifase. Nella tabella 9.2 sono riportati alcuni dati caratteristici per i trasformatori trifase impiegati nelle cabine di distribuzione.

Tabella 9.1. Principali tipi di collegamento per i trasformatori trifase

Collegamento		$V_1/V_2$ $\left(K = \frac{n_1}{n_2}\right)$					Spost. ang.	Gruppo	Denom. conv.	Note
prim.	sec.		primario	secondario	primario	secondario				
stella	stella	K					0°	0	Yy0	Non permette il passaggio della 3° armonica della corrente magnetizzante. Da curva della tensione secondaria deformata. Gli squilibri di corrente provocano forti squilibri di tensione, se non esiste filo neutro primario.
							180°	6	Yy6	
triang.	triang.	K					0°	0	Dd0	
							180°	6	Dd6	
triang.	stella	$\frac{K}{\sqrt{3}}$					330°	11	Dy11	Permette il passaggio della 3° armonica della corrente magnetizzante.
							150°	5	Dy5	

Tabella 9.1 (continua) Principali tipi di collegamento per i trasformatori trifase

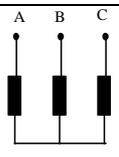
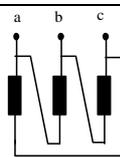
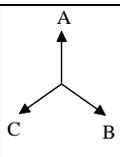
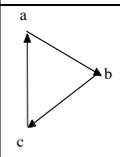
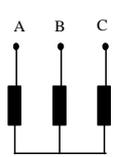
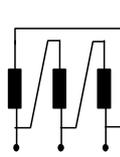
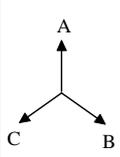
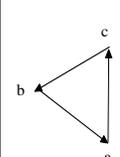
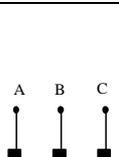
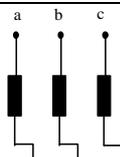
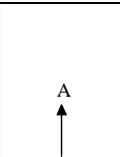
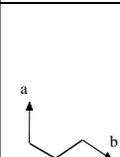
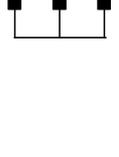
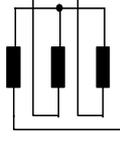
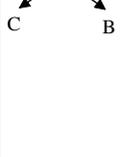
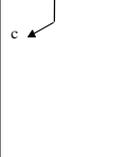
Collegamento		$\frac{V_1/V_2}{\left(K = \frac{n_1}{n_2}\right)}$				Spost. ang.	Gruppo	Denom. conv.	Note	
stella	triang.	$K\sqrt{3}$					330°	11	Yd11	
							150°	5	Yd5	
stella	zig-zag	$\frac{2K}{\sqrt{3}}$					330°	11	Yz11	<p>Diminuisce gli squilibri sul primario dovuti a squilibri sul secondario. Annulla la 3° armonica della tensione secondaria. Richiede un numero di spire secondarie maggiore di quello per il collegamento a stella.</p>
							150°	5	Yz5	

Tabella 9.2 Dati caratteristici di trasformatori per cabine di distribuzione MT/bt

Potenza (kVA)	25	50	100	250	400	630
Tensioni a vuoto (kV)	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4	15/0.4
Tensioni di c.c. (%)	4	4	4	4	4	4
Corrente a vuoto (%)	3.3	2.9	2.5	2.1	1.9	1.8
<b>Perdite:</b>						
- nel rame e addizionali (W)	700	1100	1750	3250	4600	6500
- nel ferro (W)	115	190	320	650	930	1300
<b>Rendimento (%)</b> (a pieno carico e $\cos\phi = 1$ )	96.84	97.48	97.97	98.46	98.63	98.78

## 10. PARALLELO DI TRASFORMATORI

Quando si verifica la necessità di trasferire grosse potenze da un circuito all'altro, può risultare conveniente ricorrere al parallelo fra due o più trasformatori (figura 10.1).

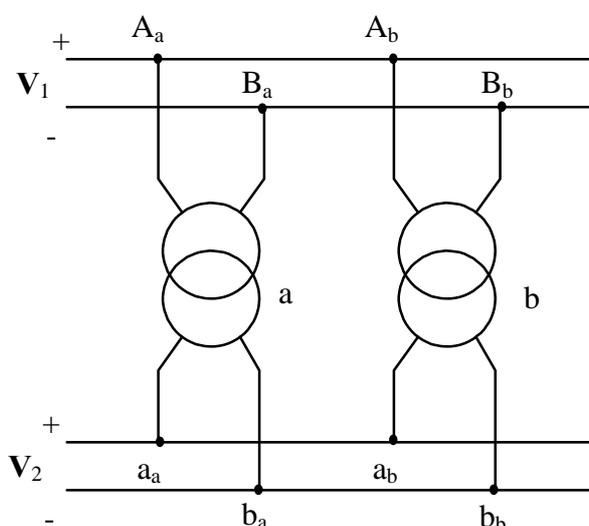


Figura 10.1. - Parallelo di due trasformatori

Affinché il parallelo tra due trasformatori funzioni correttamente, devono essere verificate le seguenti condizioni:

- I trasformatori devono avere le stesse tensioni nominali sia primaria che secondaria (la stessa tensione nominale primaria e lo stesso rapporto di trasformazione a vuoto).** Se così non fosse, si avrebbe infatti, nel funzionamento a vuoto, una circolazione di corrente nella maglia costituita dagli avvolgimenti secondari dei trasformatori collegati in parallelo (maglia  $a_a - b_a - b_b - a_b - a_a$  della figura 10.1).
- Nel caso di trasformatori trifase, questi devono avere lo stesso gruppo di appartenenza.** Se i due trasformatori trifase, pur verificando la condizione di cui al punto 1, avessero diversi gruppi di appartenenza, sarebbe comunque presente, nel funzionamento a vuoto, una circolazione di corrente nei secondari dei trasformatori, dovuta alla differenza di fase delle f.e.m. indotte nei due avvolgimenti secondari in parallelo.
- I due trasformatori in parallelo devono avere la stessa tensione di corto circuito e lo stesso fattore di potenza di cortocircuito.** Questa condizione è richiesta affinché si abbia un corretto funzionamento del parallelo in presenza di un carico che richiede che:
  - le correnti secondarie siano in fase tra di loro;
  - la potenza erogata si ripartisca tra i due trasformatori in maniera direttamente proporzionale alle rispettive potenze apparenti nominali.

Se le due correnti secondarie non sono in fase tra di loro, a parità di corrente erogata al carico si hanno maggiori perdite nel parallelo, a causa del valore più elevato delle correnti secondarie, rispetto al caso in cui tali correnti risultano in fase.

Se la potenza non si ripartisce tra i due trasformatori in misura direttamente proporzionale alle rispettive potenze nominali, quando il carico è tale da assorbire da uno dei due trasformatori la sua potenza nominale, inevitabilmente il secondo trasformatore o assorbe una potenza inferiore a quella nominale, risultando così sottoutilizzato, oppure assorbe una potenza superiore a quella nominale, condizione quest'ultima assolutamente da evitare in quanto porta al guasto del trasformatore stesso.

La prima parte della figura 10.2 riporta il circuito equivalente riferito al secondario del parallelo di due trasformatori monofase (se si deve considerare il parallelo di due trasformatori trifase, lo stesso circuito si riferisce, nel caso di carico equilibrato, ad ogni fase del parallelo). Supponendo che i due trasformatori abbiano lo stesso rapporto di trasformazione a vuoto, come richiesto dal corretto funzionamento a vuoto del parallelo (vedi condizione 1), le due tensioni  $\underline{E}_{2,a}$  ed  $\underline{E}_{2,b}$  risultano uguali tra loro e quindi è possibile semplificare il circuito come mostrato nella seconda parte della stessa figura.

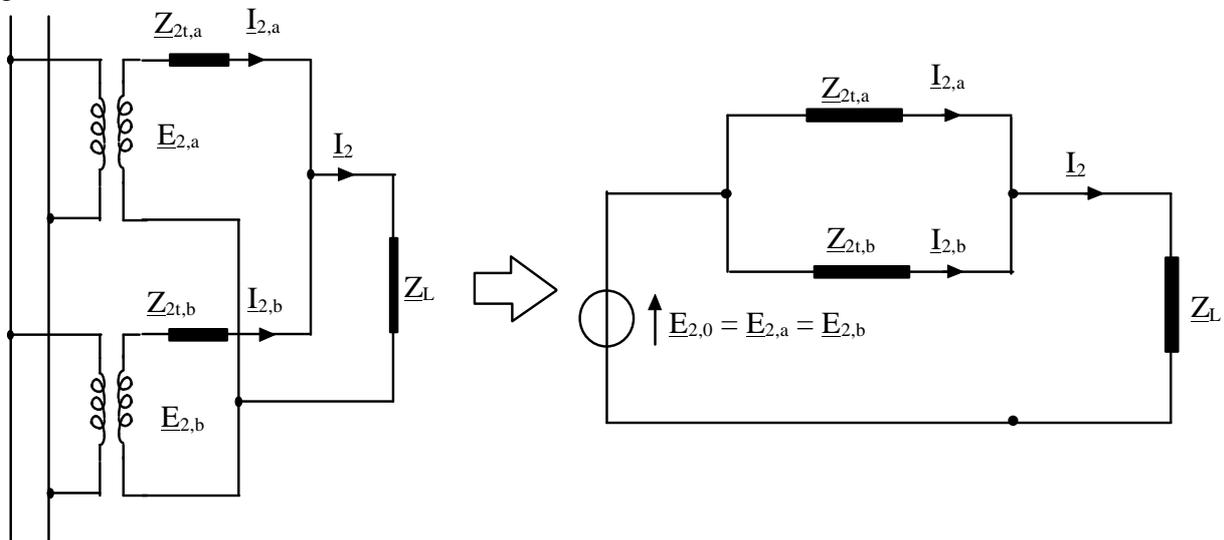


Figura 10.2. - Circuito equivalente riferito al secondario del parallelo di due trasformatori

Dall'analisi di tale circuito risulta evidente che, affinché le due correnti  $\underline{I}_{2,a}$  ed  $\underline{I}_{2,b}$  siano in fase tra di loro è necessario e sufficiente che il rapporto tra la reattanza e la resistenza delle due impedenze totali riferite al secondario  $\underline{Z}_{2t,a}$  e  $\underline{Z}_{2t,b}$  sia lo stesso. Dato che tale rapporto individua univocamente il fattore di potenza del trasformatore nelle prova in corto circuito ne segue che, affinché le due correnti siano in fase tra di loro è necessario che i due trasformatori abbiano lo stesso fattore di potenza di cortocircuito.

Risulta inoltre:

$$\frac{I_{2,a}}{I_{2,b}} = \frac{Z_{2t,b}}{Z_{2t,a}} \quad (10.1)$$

Inoltre, dall'analisi della prova in cortocircuito, indicando con K il rapporto di trasformazione a vuoto di entrambi i trasformatori, si ottiene:

$$\begin{cases} V_{1c,a} = K Z_{2t,a} I_{2n,a} \\ V_{1c,b} = K Z_{2t,b} I_{2n,b} \end{cases} \Rightarrow \frac{Z_{2t,a}}{Z_{2t,b}} = \frac{V_{1c,a}}{V_{1c,b}} \frac{I_{2n,b}}{I_{2n,a}} \quad (10.2)$$

Dalle (10.1) e (10.2) infine

$$\frac{I_{2,a}}{I_{2,b}} = \frac{V_{1c,b}}{V_{1c,a}} \frac{I_{2n,a}}{I_{2n,b}} \quad (10.3)$$

Dalle (10.3) si deduce quindi che affinché le correnti si ripartiscano proporzionalmente alle rispettive correnti nominali è necessario e sufficiente che i due trasformatori abbiano la stessa tensione di cortocircuito.

## 11. TRASFORMATORI SPECIALI

### AUTOTRASFORMATORE

L'autotrasformatore (monofase o trifase) presenta un unico avvolgimento per fase. L'avvolgimento primario, costituito da  $n_1$  spire, ha  $n_2$  spire in comune con il secondario, come mostrato nella figura 11.1; in questo modo, primario e secondario non sono più elettricamente isolati.

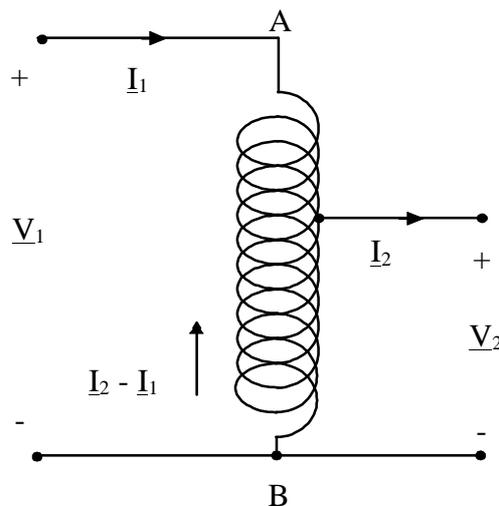


Figura 11.1. Schema di un autotrasformatore

Trascurando le cadute di tensione negli avvolgimenti e gli effetti della corrente magnetizzante (quest'ultima ipotesi equivale a considerare nulla la riluttanza del nucleo) si ha che:

$$(n_1 - n_2) \underline{I}_1 - n_2 (\underline{I}_2 - \underline{I}_1) = 0$$

da cui:

$$n_1 \underline{I}_1 = n_2 \underline{I}_2 \quad (11.1)$$

Per evidenziare le caratteristiche dell'autotrasformatore conviene considerare i due trasformatori equivalenti illustrati nella figura 11.2: nella figura 11.2.a è rappresentato il trasformatore equivalente all'autotrasformatore, dal punto di vista costruttivo. Tale trasformatore è costituito da un primario di  $n_1 - n_2$  spire percorse da una corrente  $\underline{I}_1$ , mentre il secondario è costituito da  $n_2$  spire

percorse da una corrente  $I_2 - I_1$ . E' evidente che l'autotrasformatore di figura 11.1 è soggetto alle stesse sollecitazioni del trasformatore 11.2.a, che viene quindi definito come **trasformatore equivalente per potenza di dimensionamento**. Si definisce potenza di dimensionamento  $P_d$  la quantità, data dalla (11.2) dove si è tenuto conto che per la (11.1)  $I_1$  ed  $I_2$  sono con buona approssimazione in fase tra di loro.

$$P_d = V_2 (I_2 - I_1) = (V_1 - V_2) I_1 \quad (11.2)$$

Il trasformatore della figura 11.2.b equivale all'autotrasformatore della figura 11.1, per quanto riguarda la potenza erogata o **potenza passante**  $P_p$ , così definita:

$$P_p = V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad (11.3)$$

Il rapporto  $r$  tra la potenza di dimensionamento e la potenza passante definito da:

$$r = \frac{P_d}{P_p} = 1 - \frac{1}{K} \quad (11.4)$$

dove  $K$  è il rapporto di trasformazione, fornisce un'indicazione del costo e dell'ingombro che l'autotrasformatore ha in confronto ad un trasformatore con uguale potenza nominale. Infatti si può esprimere il peso del rame come prodotto del volume degli avvolgimenti per il peso specifico del rame:

$$G_{avv} = n l_{sp} S \rho_c \quad (11.5)$$

dove  $n$  è il numero di spire,  $l_{sp}$  è la lunghezza della spira,  $S$  la sua area e  $\rho_c$  il peso specifico del rame.

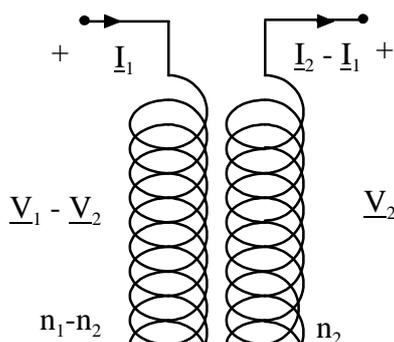


Figura 11.2.a.

Trasformatore equivalente ai fini del dimensionamento.

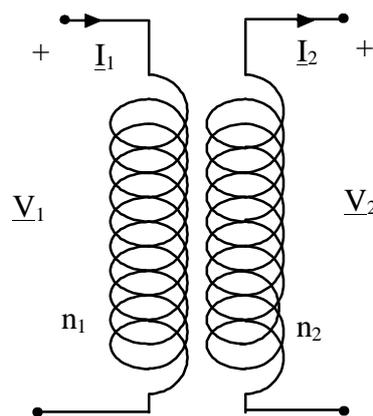


Figura 11.2.b.

Trasformatore equivalente per la potenza passante.

Tenendo conto che la densità di corrente  $J$  nell'avvolgimento è pari a  $I/S$ , dalla (11.5) si ottiene:

$$G_{avv} = \frac{l_{sp} \rho_c}{J} n I \quad (11.6)$$

Il peso degli avvolgimenti è quindi proporzionale alle amperspire  $nI$ . Poiché quindi il peso degli avvolgimenti è proporzionale al prodotto  $nI$ , il rapporto tra il peso del rame necessario a costruire un autotrasformatore e il peso del rame per un trasformatore di uguale potenza passante è pari a:

$$\frac{G_{at}}{G_t} = \frac{(n_1 - n_2)I_1 + n_2(I_2 - I_1)}{n_1 I_1 + n_2 I_2} = 1 - \frac{1}{K} = r$$

E' quindi chiaro che i vantaggi offerti dall'autotrasformatore sono sensibili per rapporti di trasformazione bassi. Per rapporti di trasformazione elevati la convenienza dell'autotrasformatore viene meno, mentre la presenza del collegamento diretto tra primario e secondario può provocare seri problemi di sicurezza.

### TRASFORMATORI DI MISURA: TRASFORMATORI VOLTMETRICI ED AMPEROMETRICI

L'inserzione diretta di un voltmetro per la misura di tensioni elevate presenta diversi inconvenienti:

1. grosse resistenze in serie al voltmetro;
2. grosse potenze assorbite;
3. pericoli per l'operatore.

Conviene quindi abbassare la tensione che deve essere misurata mediante un trasformatore con un rapporto di trasformazione  $K$  noto e costante (vedi figura 11.3.a). Un trasformatore che assolve tale funzione viene detto **trasformatore voltmetrico** o TV.

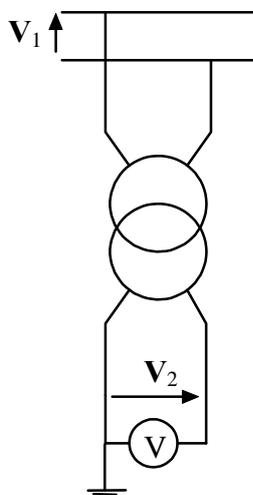


Figura 11.3.a. Trasformatore voltmetrico

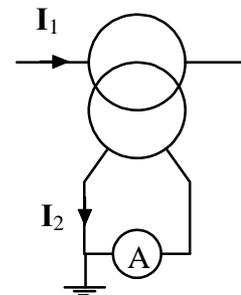


Figura 11.3.b. Trasformatore amperometrico

Affinché il rapporto di trasformazione sia indipendente dalle cadute di tensione sugli avvolgimenti, occorre che siano verificate le seguenti condizioni:

1. il trasformatore voltmetrico sia prossimo alla condizione di funzionamento a vuoto. In tal modo, tra la tensione misurata  $V_2$  e la tensione che deve effettivamente essere valutata  $V_1$  intercorre la relazione approssimata:

$$V_1 = \frac{n_1}{n_2} V_2$$

Devono di conseguenza essere limitate le cadute di tensione sugli avvolgimenti, agendo sulle impedenze e sulle correnti:

- Per ridurre le impedenze del primario e del secondario, viene prestata particolare attenzione all'accoppiamento magnetico degli avvolgimenti, in modo da ridurre la reattanza di dispersione. Entrambi gli avvolgimenti vengono realizzati in modo da presentare piccoli valori di resistenza.
- Per ridurre il più possibile la caduta sull'impedenza di dispersione dell'avvolgimento primario è necessario inoltre contenere la corrente di magnetizzazione. Vengono quindi utilizzati per la costruzione del nucleo lamierini molto sottili con elevatissima permeabilità, per ridurre la riluttanza del nucleo.

La caratteristica magnetica del TV deve essere lineare nell'intorno del punto di lavoro, per evitare che gli effetti della saturazione del ferro rendano non lineare la relazione tra tensione primaria e tensione secondaria. Il valore massimo del campo d'induzione magnetica deve essere quindi ridotto. Di conseguenza il TV presenta notevoli sezioni del ferro, maggiori di quelle che caratterizzano i trasformatori di potenza.

L'adozione di questi accorgimenti costruttivi fa sì che il TV risulti sovradimensionato rispetto a trasformatori di potenza con la stessa potenza nominale. Particolare attenzione deve inoltre essere rivolta all'isolamento sia delle spire dell'avvolgimento primario, sia tra l'avvolgimento primario e quello secondario.

All'errore massimo del trasformatore viene di norma associato il limite massimo per la potenza assorbita. Tale limite, fornito generalmente in voltampere [VA], è detto **prestazione** del trasformatore voltmetrico, e fornisce un'indicazione del carico che il trasformatore può alimentare rimanendo nei limiti di errore stabiliti. I valori tipici della prestazione vanno da 5 a 30 VA, mentre la tensione secondaria è di norma pari a 100 volt.

Il **trasformatore amperometrico** o TA permette di misurare correnti elevate senza sollecitare eccessivamente l'amperometro. L'avvolgimento primario di tale trasformatore è posto in serie con la linea percorsa dalla corrente  $I_1$  che deve essere misurata. Il circuito secondario si chiude sull'amperometro (vedi figura 11.3.b). Affinché sussista una relazione di proporzionalità tra la corrente primaria e quella secondaria, è necessario che il trasformatore sia prossimo al funzionamento in corto circuito. In tali condizioni vale la relazione:

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2$$

E' quindi necessario per il buon funzionamento del TA che la corrente a vuoto (cioè la somma della corrente di magnetizzazione e della corrente attiva) sia trascurabile rispetto alla corrente secondaria. Per mantenere bassa la corrente di magnetizzazione, deve essere limitato il flusso magnetico e la riluttanza del materiale. Dunque il TA lavora con dei bassi flussi magnetici e deve presentare di conseguenza bassi valori di impedenza degli avvolgimenti secondari. Per limitare l'impedenza secondaria:

1. gli avvolgimenti secondari vengono realizzati in materiale a bassa resistenza;
2. le spire del secondario vengono strettamente avvolte attorno ad un nucleo toroidale in modo da evitare il più possibile la presenza di flussi di dispersione secondari;
3. la lunghezza della linea media del circuito magnetico è la minore possibile. Ciò contribuisce a mantenere bassa la riluttanza del ferro.

Per limitare la corrente attiva devono essere limitati i fenomeni di perdita nel ferro, quindi:

- il nucleo è realizzato con lamierini a bassa cifra di perdita;
- il valore massimo dell'induzione magnetica mantenuto è molto basso (0.01-0.7 T) mediante l'impiego di elevate sezioni del ferro. L'utilizzo di elevate sezioni abbassa inoltre la riluttanza del nucleo.

La precisione del TA non è influenzata dal valore della reattanza di dispersione al primario. Per tale motivo si cerca di realizzare il primario con il minor numero possibile di spire. Quando non è

richiesta un'elevata precisione, i TA sono realizzati con una sola spira primaria. L'impedenza dell'amperometro chiaramente non è mai nulla; anche nel caso del trasformatore amperometrico, quindi, la potenza assorbita deve essere limitata in relazione all'errore massimo consentito sulla misura. Il valore efficace della corrente al secondario è di norma intorno a 5 ampere.

#### TRASFORMATORI A PIÙ AVVOLGIMENTI

Per esigenze particolari vengono talvolta utilizzati trasformatori a più di due avvolgimenti per fase (vedi figura 11.5). Generalmente si tratta di trasformatori utilizzati per la connessione di più reti a tensioni d'alimentazione diverse. Il funzionamento di tali macchine non è concettualmente diverso da quello dei trasformatori a due avvolgimenti.

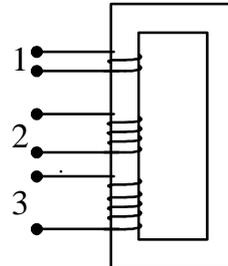


Figura 11.4. Trasformatore a tre avvolgimenti

#### TRASFORMATORI DI ISOLAMENTO E DI SICUREZZA

I trasformatori di isolamento sono quei trasformatori ove è realizzata un'adeguata separazione elettrica tra il circuito primario e quello secondario, al fine di limitare i danni causati da un accidentale contatto tra massa e parti in tensione.

I trasformatori di sicurezza sono dei particolari trasformatori di isolamento che alimentano circuiti a bassissima tensione ( $V < 50$  volt).

I trasformatori di isolamento e di sicurezza sono soggetti a particolari norme costruttive. In particolare, devono presentare un isolamento supplementare in aggiunta all'isolamento fondamentale.